A.- La Materia

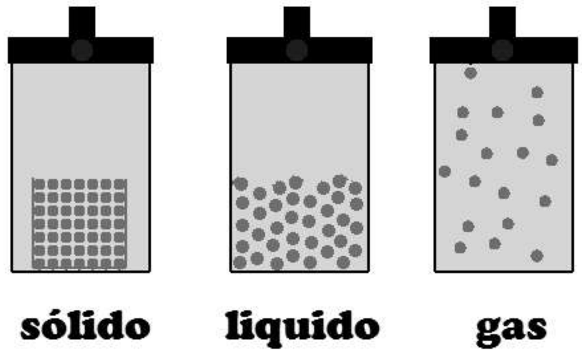
Entendemos por **materia** aquello que tiene **masa**. En la física actual el termino se generaliza a: **lo que es capaz de interaccionar**; por ello puede ser medido, debe ocupar espacio, cambia en el tiempo, tiene energía y debe ser compatible con las leyes de la naturaleza: posee inercia, —resistencia al cambio en su movimiento—, sigue las leyes del movimiento, la termodinámica (leyes de la energía), entre otras.

La **materia ordinaria** (la formada por átomos) constituye casi el 5% de toda la 'materia (lo que puede interactuar)' en el universo; para nuestros efectos esta se clasifica en dos grandes grupos, según como la analicemos: si despreciamos las dimensiones físicas del cuerpo las clasificamos como **partículas** (individuales), caso contrario son **sistemas de partículas** (conjuntos de partículas).

Hasta el momento hemos analizado los objetos físicos como partículas, despreciando su volumen, eso si se les compara con el tamaño del medio con el que interactuan estos objetos entre ellos. Pero desde el punto de vista real todo cuerpo existe en el espacio porque tiene masa y también ocupan un volumen; incluso partículas tan básicas como los protones y neutrones ocupan un volumen, muy pequeño, la 'esfera' del núcleo atómico ronda un radio del orden de los 10^{-15} m, y por tanto un volumen al fin. Los núcleos átomos formados por protones y neutrones, están rodeados de una nube de electrones que ocupa un volumen un poco mayor, el átomo de hidrogeno tiene un radio medio unas mil veces el tamaño del núcleo (protón), del orden de 10^{-12} m; las moléculas mucho más y así hasta alcanzar los objetos que son visibles ante nuestros sentidos ordinarios.

Las fuerzas eléctricas resultado de la interacción entre protones y electrones dan forma a las moléculas que forman los cuerpos y permiten agrupar a estos sistemas de partículas según las **fuerzas de cohesión** (moléculas iguales) y **fuerzas de adhesión** (moléculas diferentes) en dos grandes grupos: los **sólidos**, donde las fuerzas de atracción (energía potencial) es mayor que la energía cinética de las partículas, y los **fluidos**, donde ocurre lo contrario; los fluidos a su vez se clasifican en dos grupos; como **líquidos**, cuando las fuerza de cohesión y adhesión no permiten mantener la forma del cuerpo, más si su volumen, y los **gases**, cuando la energía cinética de las partículas es tal que tampoco se puede mantener el volumen, y la materia en este estado ocupa todo el espacio disponible.

Uno puede preguntarse, donde está el límite entre sólidos y fluidos, cuando la mantequilla deja de ser oficialmente un sólido para ser considerada que es un líquido. Y la respuesta es simple; los fluidos no se pueden cortar; intente con un cuchillo cortar el agua (liquida) o el aire en dos pedazos.



A.1.- La Densidad y el Peso Específico

La **densidad** (denotada con la letra griega ρ) es una propiedad intensiva, esto es que no cambia o se puede sumar como si se tratara de volúmenes o masas, así es similar a la temperatura del cuerpo; y se define como el cociente entre la masa del cuerpo y su volumen. Esta medida es valida para todo tipo de cuerpos (sólido, líquido o gas) y establece cuanta masa está concentrada en un volumen dado.

$$Densidad = \frac{masa}{Volumen} \Leftrightarrow \rho = \frac{m}{Vol}$$

En otras circunstancias se suele medir el cociente entre el peso del cuerpo y su volumen, esta cantidad se conoce como **peso específico** o **densidad gravimétrica**, (y es denotado con la letra griega γ).

$$Peso\ \ Específico = \frac{masa \cdot a_g}{Volumen} \Leftrightarrow \gamma = \frac{m \cdot a_g}{Vol} = \rho \cdot a_g$$

En unidades del sistema internacional la densidad del agua vale: 1 gr/cm^3 = 1 gr/ml = 1 kg/dm^3 = 1000 kg/m^3; mientras que la densidad gravimétrica es 62,4 lbf/pie^3 = 9800 N/m^3. Por ello a veces se suele medir la densidad de los cuerpos en base a su razón con respecto al agua pura a 4ºC; ello da una relación constante independiente del sistema de medida a usar, esta cantidad se llama **densidad relativa (ρ')**.

$$Densidad\ \ relativa\ \ (\rho') = \frac{\rho_{cuerpo}}{\rho_{agua}} = \frac{\gamma_{cuerpo}}{\gamma_{agua}}$$

Ejemplo (A.1) La densidad relativa del mercurio es de 13,6; determinar el peso especifico del mercurio en lbf/pie^3.

Conociendo el peso específico del agua entonces:

$$\gamma_{Hg} = \gamma_{agua} \cdot \rho'_{Hg} = 62,4\frac{lbf}{pie^3} \cdot 13,6 = 848\frac{lbf}{pie^3}$$

Ejercicios propuestos

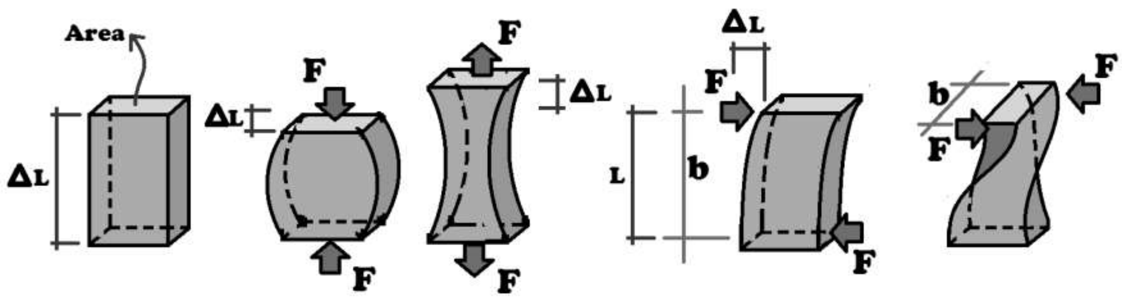
A.1- Se sabe que el peso específico del agua salada es 64 lbf/pie^3; cuál es la densidad del agua salada en gr/cm^3.

A.2.- La densidad del benceno es de 880 kg/m^3; cual es su peso específico en Dinas/cm^3. Nota: 1 N = 1x10^5 dinas. Recuerde: F = m·ag

A.3.- Una tonelada norteamericana vale 907 kg, determinar la densidad del petróleo en toneladas norteamericanas/barril; teniendo un barril norteamericano unos 160 litros, y la densidad relativa del petróleo está entre: 0,67 gr/ml los crudos ligeros a 0,98 los crudos pesados como los de la faja del Orinoco. (Use ambas cantidades).

B.- El estado sólido (esfuerzo y deformación)

Todos los cuerpos sólidos ocupan un volumen definido y tienen una forma definida, esto es que se oponen a los cambios de forma y/o volumen; pero esa forma puede ser alterada al ser el cuerpo sometido a fuerzas externas. Aunque hay varios tipos de deformaciones posibles del cuerpo ante la acción de fuerza externas; estas se pueden agrupar en cuatro básicas: compresión, estiramiento, flexión y torsión del cuerpo.



La compresión y el estiramiento ocurren con fuerzas axiales que actúan en la misma dirección que la deformación; mientras que la flexión y la torsión son el resultado de la acciones de pares de fuerzas (torques o momentos).

Experimentalmente se tiene la cantidad que se comprime o estira un cuerpo es proporcional a la fuerza a la que es sometido, y dentro de un rango (que varía con el material) al ser suprimida la fuerza externa, el cuerpo recobra su forma original; este rango suele ser llamado **'rango elástico'** y en el mismo siempre se cumple la **Ley de Hooke**, donde la relación del **esfuerzo de compresión y/o tensión** (σ = F/Area) es proporcional a la **deformación unitaria** ($\varepsilon = \Delta L/L$); siendo la constante de proporción conocida como **Modulo de Young** (Y).

$$\frac{F_{axial}}{Area} = Y \cdot \frac{\Delta L}{L} \Leftrightarrow \sigma = Y \cdot \varepsilon$$

Cuando actúan pares de fuerzas (momentos o torques) se tiene otra relación similar, pero aquí la fuerzas actúan perpendicular al vector Área[1]; este nuevo tipo de esfuerzo se conoce como **esfuerzo cortante** (τ = F/Area) es proporcional al **ángulo de deformación** ($\delta = \Delta L/L$); siendo la constante de proporción una constante conocida como **Modulo de Rigidez** (G).

$$\frac{F_{cortante}}{Area} = G \cdot \frac{\Delta L}{L} \Leftrightarrow \tau = G \cdot \delta$$

Experimentalmente siempre ocurre que **Y $\gg$ G;** por eso siempre mucho más fácil romper un hueso (de pollo) flexionándolo que tratando de comprimirlo. Superado el rango elástico pueden ocurrir dos cosas, en materiales muy rígidos, como: los vidrios, el concreto, las cerámicas, y similares no pueden aguantar más y simplemente se parten; y otros materiales como: los metales, las gomas, los plásticos, el caucho, ...; superan este límite, y tras suprimir la fuerza interna el material queda deformado y no recobra su forma original, este rango se conoce como **'rango plástico'**, por recordar el comportamiento de la plastilina.

Los valores del esfuerzo a los cuales suele romperse un material se llaman **esfuerzos de rotura**; y no necesariamente son iguales en la compresión y en la tensión del material. A continuación se indican los valores de estos módulos y resistencias de rotura para algunos materiales.

Material	Modulo de Young	Modulo de Rigidez	Resistencia a la tensión	Resistencia a la compresión
Aluminio	710.000 N/mm²	250.000 N/mm²	200 N/mm²	350 N/mm²
Cobre	1.300.000 N/mm²	450.000 N/mm²	340 N/mm²	...
Vidrio	70.000 N/mm²	20.000 N/mm²	70 N/mm²	...
Acero	2.100.000 N/mm²	860.000 N/mm²	520 N/mm²	...
Hueso	10.000 N/mm²	...	100 N/mm²	180 N/mm²

[1] El **Área** es considerada una cantidad vectorial en base a la definición del producto vectorial; siendo así un vector que apunta perpendicular a la superficie en cuestión.

Ejemplo (B.1) Sabiendo que un hueso soporta una deformación máxima de 0,3% determinar cual es el máximo peso que puede soportar el fémur; asuma que la longitud del fémur es de 40 cm, y su sección transversal más angosta tiene un diámetro de 2,6 cm. Nota: el modulo de Young de un hueso es de 10.000 N/mm² = 1.000.000 N/cm²

Calculamos el área transversal del fémur, asumimos que es circular.

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot (2,6cm)^2}{4} \rightarrow A = 5,3cm^2$$

Calculamos la fuerza que se aplica sobre el fémur, en este caso $\Delta L/L = 0,3\% = 0,003$.

$$\frac{F}{5,3cm^2} = (1000000\tfrac{N}{cm^2}) \cdot 0,003 \rightarrow F = 15900N$$

Esto es que el fémur puede soportar unos 1600 kg antes de partirse por compresión.

Ejercicios propuestos

B.1.- El modulo de Young del hueso es aproximadamente 10000 N/mm². Sabiendo que el hueso humano más largo (el fémur) tiene una sección transversal mínima media de unos 2,6 cm de diámetro, y un largo medio de 39 cm. Determinar cual sería la compresión (en milímetros) que soporta el hueso cuando se somete el mismo a pesos de 45kg, 90kg y 130kg. (recuerde: fuerza peso = masa·aceleración de la gravedad).

B.2.- Un hilo de acero de 30 cm de largo y sección transversal 0,5 mm está tenso por soportar un peso de 8 kg. Cúal fue el alargamiento del alambre conociendo que le modulo de Young del acero es de $7,1\times10^{10}$ N/m².

B.3.- Un trozo de hueso de forma cilíndrica y sección transversal 1,5 cm se sometió a compresión bajo una masa de 10 kg; con uso de microscopio se encontró una compresión del 0,0065%, determinar el modulo de Young del hueso en estudio.

B.4.- La elástina es una proteína elástica que tienen los vertebrados. Su modulo de Young es de unos 60 N/cm²; si una muestra del material de 1 cm de longitud y 0,2 m de diámetro es sometida a una fuerza de tensión de 0,05 N, cual es la nueva longitud del material.

C.- Fluidos en reposo.

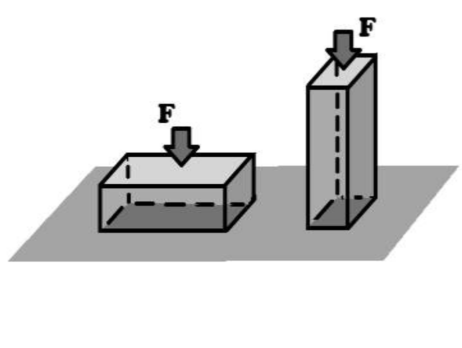
Los fluidos son un medio continuo formado por alguna sustancia entre cuyas moléculas hay una fuerza de atracción débil; por eso cambian de forma sin que existan fuerzas restitutivas (fuerzas elásticas) tendentes a recuperar la forma "original", y por ello pueden adoptar cualquier forma que los contenga. Si bien algunas leyes se pueden considerar generales (validas para líquidos y gases), enfocaremos más nuestros esfuerzos en esta parte en los líquidos.

C.1.- Presión

En los **líquidos**, a diferencia de los sólidos, las moléculas no se encuentran fuertemente enlazadas entre ellas, por lo que se pueden mover unas con respecto a las otras, pero están lo suficientemente cercas unas de otras para que mantengan el volumen constante. Esta característica hace que los líquidos sean considerados **fluidos incomprensibles**, a diferencia de los **gases** que suelen ser **fluidos comprensibles** y muy influenciados por los cambios de presión y temperatura. Al igual que con los sólidos que asumimos con volumen y forma definida, en estos cuerpos, la forma y el volumen, se ven afectadas por fuerzas externas, realmente tanto los líquidos (y los sólidos) se pueden comprimir (no son 100% incompresibles) ante grandes presiones.

La **presión** (tanto en fluidos como en sólidos) se define como la razón entre la fuerza que se aplica y el área donde está aplicada.

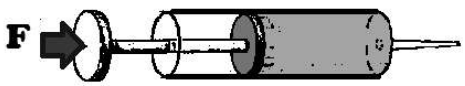
$$presión = Fuerza/Area \Leftrightarrow p = F/A$$



El concepto de presión se visualiza mejor con un sólido ejerciendo presión sobre otro.

Consideremos un objeto de masa ‘m’ que se apoya sobre una mesa; aunque el peso (fuerza) del objeto es la misma; no ocurre así con la presión ejercida sobre la mesa, ya que el área donde se reparte el peso no es igual en cada caso.

Ejemplo (C.1) Se aplica una fuerza de 4 New al émbolo de una jeringa hipodérmica cuya sección transversal es de 2,5 cm. ¿Cuál es la presión manométrica[2] en el fluido que está dentro de la jeringa en mmHg?



Calculamos el área transversal de la jeringa.

$$Area = \frac{\pi \cdot (2,5cm)^2}{4} = 4,9cm^2 =$$
$$= 4,9 \times 10^{-4} m^2$$

Calculamos la presión en pascales (N/m^2).

$$p = \frac{F}{Area} = \frac{4N}{4,9 \times 10^{-4}\ m^2} = 8150\ pascales$$

$$p = 8150pa \cdot \frac{760\ mmHg}{101250\ pa} = 61\ mmHg$$

Ejercicios propuestos.

C.1.- El corazón impulsa sangre a la Aorta con una presión media de 100 mm Hg; sabiendo que el área promedio de la Aorta en un adulto es de 5 cm^2, determinar la fuerza en Newtons con que el corazón bombea la sangre al cuerpo.

C.2.- A una profundidad de cinco metros bajo el agua un buzo experimenta una presión de unos 49000 pascales, asumiendo que el 'área' del cuerpo humano es de aproximadamente unos dos metros cuadrados (2 m^2), cual es la fuerza en newtons que experimenta el buzo sobre cada punto de su piel.

C.3.- Si el diámetro del tímpano es de unos 9 mm, cual es la fuerza que puede experimentar en Newtons y en Libras, si puede soportar una presión de hasta 5 N/cm^2 sin sufrir daño permanente.

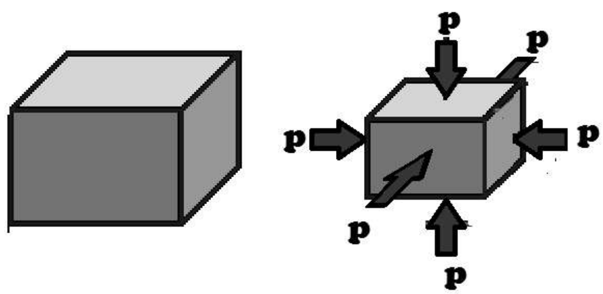
C.4.- Un cubo de madera de densidad 750 kg/m^3 se apoya sobre una de las caras sobre una mesa. Se sabe que la presión ejercida por cubo sobre la superficie de la mesa es de unos 20 pascales; determinar el tamaño del lado del cubo. Recuerde que si 'L' es el lado, entonces el área de cada cara es L^2 y el volumen del cubo es L^3, y la fuerza que el cuerpo ejerce sobre la mesa es el peso del cubo ($m \cdot a_g$)

[2] **Nota**: se habla de presión manometrica aquella donde estamos omitiendo sumar la presión atmosférica, para la mayoría de los casos se mide y trabaja con la presión manometrica y no con la presión absoluta que es la que incluye o suma la presión que ejerce la atmósfera sobre el cuerpo.

C.5.- Un segundo cubo de madera y tamaño diferente se coloca sobre el primero, y la presión registrada combinada de ambos cubos sobre la mesa vale 30 pascales, determinar el tamaño (lado) del nuevo cubo.

C.2.- Compresibilidad

La compresibilidad es razón entre la cantidad de presión que se aplica sobre un cuerpo y la variación de volumen que experimenta el cuerpo (sólido o líquido) se mide a través del **Modulo de Compresibilidad (B),** y que al igual que el **Modulo de Young (Y)** y el **Modulo de Rigidez (G)** tiene unidades de presión (N/m^2).



$$\Delta p = -B \cdot \frac{\Delta Vol}{Vol_{original}}$$

En este caso, al aumentar la presión se reduce el volumen, de ahí el signo negativo.

Sólidos		Fluidos	
Vidrio	~40.000 N/mm^2	Agua	2.200 N/mm^2
Aluminio	770.000 N/mm^2	Mercurio	26.000 N/mm^2
Cobre	1.400.000 N/mm^2	Glicerina	4.500 N/mm^2
Hierro	1.400.000 N/mm^2	Alcohol etílico	900 N/mm^2
Acero	1.800.000 N/mm^2	Aceite industrial	1.300 N/mm^2
Diamante	4.420.000 N/mm^2	Aire (isotermico)	~0,1 N/mm^2
Goma (Caucho)	4.000 N/mm^2	Aire (adiabático)	~0,14 N/mm^2

En los gases los cambios de volumen se relacionan con los cambios de densidad (ρ) de un gas (producto de su compresión o expansión) y están fuertemente vinculados a los cambios de presión y temperatura, por medio de la relación; siendo α_P el **módulo de dilatación térmica volumétrica** del gas a presión constante y β_T el **módulo de comprensibilidad** del gas a temperatura constante.

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_{original}} = -\alpha_P \cdot \Delta Temp + \beta_T \cdot \Delta P$$

Por otra parte en los líquidos su volumen depende directamente de la temperatura, a mayor temperatura mayor volumen; los cambios de volumen suelen ser:

$$\frac{\Delta Vol}{Vol_{original}} = \alpha_p \cdot \Delta Temp$$

Donde 'α_p' es el **coeficiente de dilatación térmica volumétrica** del líquido a presión constante.

Ejemplo (C.2) Qué aumento de presión será necesaria para que un metro cubico de agua reduzca en cinco litros su volumen original. El modulo de comprensibilidad del agua es de $2\times10^9 N/m^2$.

$$\Delta p = -B \cdot \frac{\Delta Vol}{Vol_{original}} = -2\times10^9 \frac{N}{m^2} \cdot \frac{-5 \ litros}{1000 \ litros} = 1\times10^7 pa \simeq 100 \ Atmosferas$$

Ejercicios propuestos

C.6.- Cual debe ser el cambio de presión necesario para que un bloque de acero se comprima y reduzca su volumen un 1%. Nota: el módulo de comprensibilidad del acero es de 21×10^{10} N/m^2.

C.7.- El aire tiene una densidad aproximadamente 1 ¼ kg en un volumen de un metro cubico (a 15°C y 1 Atm); determinar la densidad del aire cuando: a) la temperatura se eleva a 135°C, b) la presión aumenta a dos Atmósferas y c) una combinación de ambos efectos.
Nota recuerde que en gases : $p \cdot Vol = n \cdot R \cdot Temp \Rightarrow (p \cdot Vol)/T = \text{const.}$

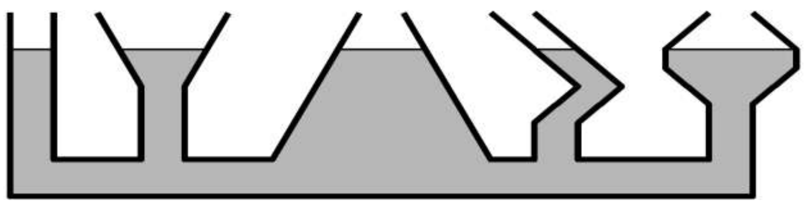
C.8.- La densidad del agua es de 1 kg/litro a presión atmosféricas y 4°C. Si la temperatura del agua se incrementa hasta 40°C, cual es la nueva densidad del agua. **Nota**: recuerde calcular el nuevo volumen ($Vol_{final} = Vol_{inicial} + \Delta Vol$) y luego calcule la nueva densidad (la masa no varia). **Nota**: $B_{p\,(Agua)} \approx 0{,}00021$ 1/K

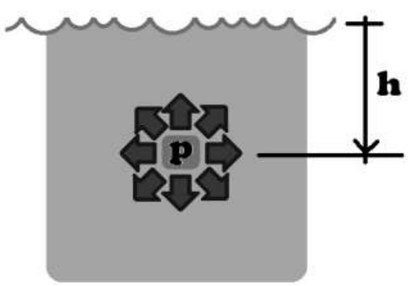
C.3.- La Presión en los fluidos.

Mientras que el caso de sólidos, la presión depende de la superficie donde se apoya el cuerpo, en el caso de líquidos (y fluidos en general) todas las partículas que lo componen empujan a sus vecinas, ello es que la fuerza con la que empujan a sus vecinas se traduce en la presión que se experimenta en algún punto del fluido.

Eso se traduce en el **Principio de Pascal**; formulado por el francés *Blaise Pascal* (1623-1662) y que se resume en la frase: la presión ejercida sobre un fluido incompresible (liquido) y en equilibrio dentro de un recipiente de paredes indeformables se transmite con igual intensidad en todas las direcciones y en todos los puntos del fluido. *Pascal* ampliaría los conceptos de presión atmosférica y que esta disminuye con la altura, sus estudios fueron movidos por los resultados del italiano *Torricelli*; y lo llevarían a abandonar la idea aristotélica antigua del **Horror vacui**, en la cual se establecía que no podía existir el vacío y que la materia tiene a llenar todo el espacio.

Entre las consecuencias de su principio está la **ley de vasos comunicantes**, que establece que cuando un líquido homogéneo está en reposo este alcanza el mismo nivel en todos los recipientes, sin influir la forma y volumen de estos; y si se agrega más líquido, en todos los recipientes conectados se alcanza una nueva e igual altura.





Pero ¿cuánto vale esa presión?; la idea es que conforme nos sumergimos dentro de un fluido aguantamos el peso del líquido por encima del mismo, esto es que la presión en un fluido es igual a:

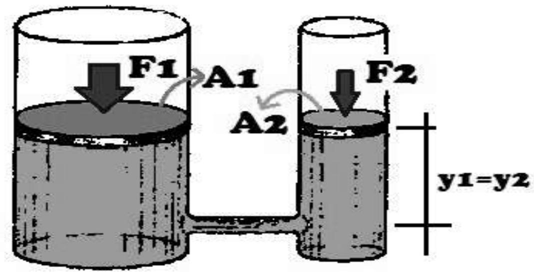
$$p = \frac{F_{peso}}{Area} = \frac{m \cdot a_g}{Area} = \frac{\rho \cdot Vol \cdot a_g}{Area} = \rho \cdot h \cdot a_g = \gamma \cdot h$$

La expresión anterior se conoce como **Principio de la Hidrostática** y es la base para todo fluido (liquido o gas) en reposo, implica simplemente que: a mayor profundidad (h), mayor presión (p) en el fluido**.** Así los cambios de presión dentro de un fluido dependen únicamente de los cambios de profundidad que realicemos dentro del fluido; y a una misma altura dentro de un fluido debe existir la misma presión. **Nota**: profundidad (h) es igual a altura (y) pero con sentido contrario.

$$\Delta p = \rho \cdot \Delta h \cdot a_g = -\rho \cdot \Delta y \cdot a_g \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{p_1 + \rho \cdot a_g \cdot y_1 = p_2 + \rho \cdot a_g \cdot y_2}$$

Ejemplo (C.3) Los diámetros de un elevador hidráulico son: 15 cm y 4 cm respectivamente; determinar la fuerza que debe aplicarse al embolo más pequeño si se desea elevar un objeto en el cilindro grande que pesa 900 kg.



Aplicando principio de la hidrostática, y dado que el vaso comunicante muestra que el fluido tiene la misma altura (y1 = y2) en ambos émbolos, ocurre por tanto:

$$p_1 + \rho \cdot a_g \cdot y_1 = p_2 + \rho \cdot a_g \cdot y_2 \rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Las áreas respectivas son:

$$A_1 = \pi \cdot (15cm)^2/4 = 176,7cm^2$$

$$A_2 = \pi \cdot (4cm)^2/4 = 12,6cm^2$$

Finalmente la fuerza necesaria para elevar los 900 kg es:

$$F_2 = \frac{F_1}{A_1} \cdot A_2 = \frac{900\,kg \cdot 9,8\,m/s^2}{176,7\,cm^2} \cdot 12,6\,cm^2 = 628,9\,N \Rightarrow \;\sim 64\,kgf$$

Ejercicios propuestos

C.9.- Fluye plasma en un frasco a través de un tubo hasta una vena del paciente. Cuando el frasco se mantiene a 1,5 m por encima del brazo del paciente. ¿Cuáles la presión del plasma cuando entra a la vena? Si la presión sanguínea en la vena es de 120 mmHg ¿Cuál es la altura mínima a la que debe mantenerse el frasco para que el plasma fluya por la vena?
Nota: 760 mmHg = 1 atm = 101.325 pascales (N/m^2) = 14,7 psi (libras/plg^2)

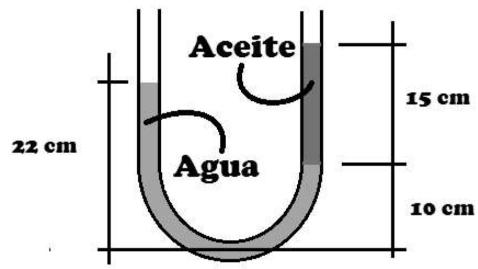
C.10.- Determinar la cantidad de centímetros que sube el embolo grande del elevador hidráulico del ejemplo 1.3.3 si el embolo pequeño desciende unos 20 cm. (Recuerde que los volúmenes a ambos lados son iguales)

C.11.- Un buzo de sumerge en el mar (densidad agua salada es 1027 kg/m^3); a que profundidad la presión que experimenta bajo el agua es igual a tres atmósferas.

C.12.- La ruptura de la membrana del tímpano ocurre por varias causas, entre ellas explosiones, también ocurre en deportes como la natación y las artes marciales, en los cambios de altitud, como al viajar en avión o conducir entre montañas, o bien en los cambios de profundidad como el buceo. Sabiendo que el tímpano humano soporta hasta una media de 5 N/cm^2, a que profundidad se puede sumergir un buzo sin experimentar problemas en su oído por efectos de la diferencia de presión entre el agua y el aire dentro del oído medio.

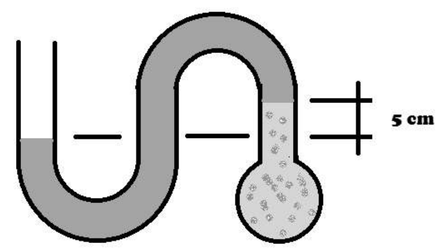
C.13.- Asumiendo una densidad del aire constante, a que altura, desde el nivel del mar, una persona experimenta problemas en el sistema auditivo (dolor de oído) por un cambio brusco de presión.

C.14.- En un tubo en forma de U se vierten dos líquidos, Agua y Aceite; las alturas respectivas de ambos líquidos son como muestra la figura; determinar la densidad del aceite en el tubo conociendo la densidad del agua.



Nota: recuerde que a la misma altura en un mismo líquido hay la misma presión, en este caso la presión sobre cada lado del tubo (dado que se trata de un tubo abierto en ambos lados) es la misma y es la presión atmosférica.

C.15.- En un sistema de tubos en U se tiene encerrado un gas, determinar la presión barométrica del gas sabiendo que el líquido en el recipiente es agua y la diferencia de altura entre el gas encerrado y la atmósfera exterior es de 5 cm de agua.



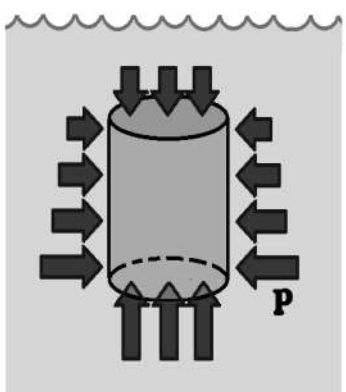
C.4.- Principio de Arquímedes.

Allá por el siglo III a.C vivía en Siracusa (Sicilia-Italia) un viejo científico e inventor (filosofo (sabio) como los llamaban por esos tiempos ya que hacer ciencia es un concepto moderno) de nombre *Arquímedes*, y el rey *Hierón* le planteo un dilema simple, había entregado una cantidad de oro a un orfebre para que le fabricara una corona nueva; la duda del rey era, sin dañar la corona, como saber que no cambio los materiales y los cubrió con un baño de oro.

Arquímedes pesaba tanto la corona como el oro dado por el rey y ambos eran iguales, pero como comprobar si no se habían cambiando los materiales. La respuesta le llegó al tomar baño, cuando desbordó la tina y el agua se derramó fuera. Se dice que el viejo salió corriendo desnudo gritando '*Eureka*', que traduce 'lo encontré'.

Lo que *Arquímedes* descubrió fue el concepto de **peso específico**; distintos materiales pueden pesar igual, pero ocupan volúmenes distintos; al sumergir el oro y medir el volumen desplazado (que era recogida en un recipiente), y luego la corona y el volumen que esta desplazaba pudo calcular la densidad gravimetrica de ambos cuerpos y por tanto si eran diferentes implicaban que los materiales eran distintos. Otros expertos modernos señalan, ya que no hay textos de como lo hizo el viejo sabio, que descubrió el **principio de flotación de los cuerpos**; esto es que los cuerpos dentro del agua pesan menos que en el aire. La diferencia de pesos en la balanza dentro y fuera del agua mostraba el mismo resultado que la conclusión anterior y según hubo un orfebre menos en el mundo en aquellos tiempos.

Pero como opera este principio, que recibió modernamente el nombre de aquel viejo hombre de ciencia. Bueno es una consecuencia del *Principio de la Hidrostática*. Imaginemos un objeto cilíndrico, y sumergimos este dentro de un fluido (líquido); según el *Principio de Pascal* el fluido ejerce presión sobre cada punto del cuerpo, pero por el *principio de la Hidrostática*, a mayor profundidad mayor presión.

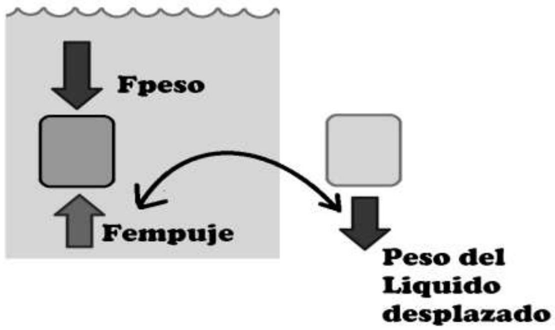


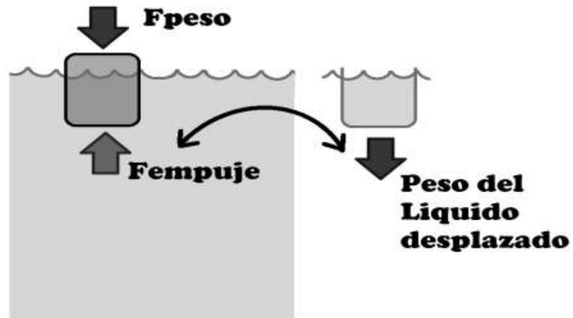
Entonces las fuerzas que actúan en los lados del cilindro se cancelan entre ellas mutuamente (a la misma altura la misma presión y por tanto la misma fuerza), pero las fuerzas que actúan en las caras circulares no son iguales, la fuerza arriba es menor que la fuerza abajo; la diferencia entre estas fuerzas da una fuerza neta ascendente presente en todo fluido que es conocida como **fuerza de empuje** y es igual al peso del volumen del liquido desplazado por el cuerpo al estar sumergido; y a eso se le conoce como **principio de Arquímedes.**

Así todo cuerpo sumergido (total o parcialmente) tiene un **peso aparente** que es igual a.

$$F_{peso\ aparente} = F_{peso} - F_{empuje} = m \cdot a_g - Peso_{liquido\ desplazado}$$

$$F_{peso\ aparente} = \rho_{cuerpo} \cdot Vol_{cuerpo} \cdot a_g - \rho_{liquido} \cdot Vol_{sumergido} \cdot a_g$$





En cuerpos que flotan o que no se hunden en el líquido entonces el Peso Aparente es nulo, en caso contrario todo cuerpo sumergido en un fluido siempre pesa menos que su peso en el aire (el principio de flotación de los cuerpos).

Ejemplo (C.4) Una piedra de 15 kg y densidad 2,7 gr/cm^3 es sumergida en agua dulce; determinar el peso de la roca dentro y fuera del agua.

Determinamos el peso fuera del agua:

$$F_{peso} = m \cdot a_g = 15kg \cdot 9,8m/s^2 = 147N$$

Determinamos el volumen de la roca

$$\rho_{cuerpo} = \frac{m}{Vol} \rightarrow Vol = \frac{m}{\rho_{uerpo}} = \frac{15\,kg}{2700\,kg/m^3} = (1/180)\,m^3 = 5,5\,litros$$

Determinamos la fuerza de empuje que experimenta la roca:

$$F_{empuje} = \rho_{liquido} \cdot Vol_{sumergido} \cdot a_g = 1000\,kg/m^3 \cdot (1/180)m^3 \cdot 9,8m/s^2 = 54,4\,N$$

Determinamos la fuerza de peso aparente:

$$Fpeso_{aparente} = F_{peso} - F_{empuje} = 147\,N - 54,4\,N = 92,6\,N$$

Ejercicios propuestos

C.16.- El hielo flota sobre el agua; sabiendo que la densidad del hielo es de 930 kg/m^3; determinar cuanto porcentaje del volumen del hielo permanece sobre el agua dulce, el agua salada, en un vaso de ginebra y en un vaso de cerveza.

Nota: densidad de agua = 1 gr/cm^3; agua salada = 1,025 gr/cm^3; Ginebra = 0,920 gr/cm^3 y Cerveza = 1,005 gr/cm^3

C.17.- El cuerpo humano tiene una densidad media de 933 kg/m^3; determinar para una persona de 50 kg; de 75 kg y 90 kg; cuanto volumen (en litros) permanecen bajo al agua.
Nota: 1000 litros = 1 m^3

C.18.- Determinar la densidad de un corcho sabiendo que en al agua dulce permanece un 11% de su volumen sobre el agua donde flota.

C.19.- Una piedra de 15 kg y densidad 2,7 gr/cm^3 es sumergida en agua dulce; determinar el peso del la piedra dentro y fuera del agua.

C.20.- Para determinar la densidad de un solido de forma irregular se suele pesar al mismo dentro y fuera del agua. La diferencia del peso corresponde a la fuerza de empuje del agua (principio de Arquímedes). Sabiendo que fuera del agua un cuerpo tiene una masa de 5 kg; y dentro del agua el peso del cuerpo es de 30 N. Determinar la densidad del cuerpo.

C.21.- El hielo menos denso que el agua flota dejando una fracción sumergida y otra visible, sabiendo que el agua, el agua salada y el hielo tienen densidades de 1g/cm^3; 1,03 g/cm^3 y 0,92 g/cm^3; determinar cual es el porcentaje de volumen de hielo que esta sobre el agua y sobre el agua salada.

C.22.- Un corcho posee una densidad de 0,2 g/cm^3; si tiene un volumen total de 5 cm^3; determinar cuanto volumen del corcho permanece sumergido y cual es la masa del corcho en kilogramos (kg).

C.23.- Un densitómetro de vidrio es un aparato diseñado para medir densidades de líquidos; se sabe que en agua pura hay un 50% de su volumen sumergido; pero en sangre sólo se sumerge 48%; cual es la densidad de la sangre.

C.24.- Un bloque de hielo flota sobre el mar cuando un oso polar de unos 170 kg brinca encima y el témpano se hunde dejando solo a oso sobre el agua; cual es el peso original del témpano antes de saltar el oso. La densidad del agua de mar es de 1027 kg/m^3 y de densidad del hielo es de 917 kg/m^3.

C.25.- Un bloque cubico de madera de lado 'L' flota sobre el agua dulce; si se pone un peso de 2 kg sobre el bloque, este se sumerge totalmente; cual es el tamaño del bloque. La densidad de la madera del bloque es de 550 kg/m^3.

C.26.- Se desea construir una balsa para soportar el peso de cinco hombres (75 kg promedio para todos ellos); la densidad de la madera es de 450 kg/m^3; y el espesor de los tablones de madera de 30 cm; de que tamaño debe ser el área de la balsa para soportar el peso de los hombre sin hundirse totalmente. Asumiendo lados iguales, cual es el lado de la balsa.

Preguntas Teóricas

1. Debido a que la presión atmosférica es aproximadamente 100000 pascales, y el área del tórax de una persona es alrededor de 0,13 m^2; la fuerza de la atmósfera sobre el tórax de uno de nosotros es de aproximadamente 13000 N. En vista de esta enorme fuerza, ¿por qué nuestros cuerpos no se colapsan?
2. ¿Cómo determinaría usted la densidad de una roca que tiene una forma irregular, usando su peso en el aire y en el agua?
3. Explique por qué puede flotar una botella sellada llena parcialmente con un liquido.
4. Cuando un objeto está sumergido en un líquido en reposo ¿por qué la fuerza neta sobre el objeto es igual a cero en la dirección horizontal?
5. Un pequeño pedazo de acero está pegado a un bloque de madera. Cuando la madera se coloca en una tina con el acero en la parte superior, la mitad del bloque de madera se sumerge! Si el bloque se invierte, de manera que el acero quede bajo el agua, ¿la cantidad sumergida del bloque de madera aumenta, disminuye o permanece igual?

D.- Fluidos (ideales) en movimiento.

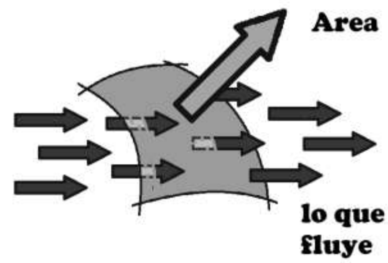
D.1.- Gasto, caudal o flujo volumétrico.

Una de las cantidades claves para entender los fluidos es tener presente que estos están siempre en movimiento, ya sea en forma interna (las moléculas de agua en un vaso que los contiene), o más comúnmente en forma externa, esto es que vemos como fluye (de ahí el termino fluido, lo que fluye). Cuando por ejemplo abrimos la llave del chorro de agua de una tubería, decimos que tenemos un **gasto** (consumimos el agua); pero si hablamos de la cantidad de agua que pasa por una sección de un río hablamos de **caudal** del río; en ambos casos estamos determinando la rapidez con que una cantidad de líquido (volumen) entra o sale de un sistema (recipiente).

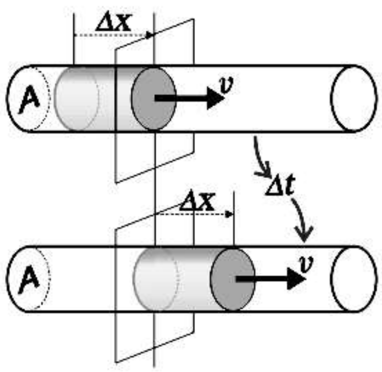
$$Gasto = Caudal = Q = \frac{\Delta Vol}{\Delta t}$$

El concepto de flujo es algo diferente; no sólo los líquidos y gases fluyen (se mueven); también las cargas eléctricas, el calor, y diferentes concentraciones de soluto fluyen; y la regla es siempre ir de donde hay mucho a donde hay poco; el calor 'fluye' del cuerpo caliente al frío; las cargas eléctricas igual y en las concentraciones químicas similar.

En física se entiende por **flujo** al producto escalar entre una cantidad vectorial y el área (tratado como vector) que es atravesada por esa cantidad vectorial.



$$\phi = \Sigma \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{Area}$$



En el caso de los fluidos (líquidos y gases) se tiene que el gasto o caudal (Q) es igual al flujo volumétrico, que es el producto escalar del área y la velocidad del fluido.

$$Q = \frac{\Delta Vol}{\Delta t} = Area \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = Area \cdot v \Rightarrow$$

$$Q = \phi_{vol} = \sum \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{Area}$$

Ejemplo (D.1) Se sabe que el cuerpo humano tiene aproximadamente entre 4 y 5 litros de sangre (depende del peso de la persona, la sangre es un 7% del peso total del cuerpo aproximadamente), y todo ese volumen pasa por el corazón cada minuto. Cual es el flujo volumétrico (gasto o caudal) del corazón, y velocidad del flujo sanguíneo (en m/s) cuando pasa la sangre por la Aorta, sabiendo que el diámetro de la Aorta = 2,5 cm.

Asumiendo un volumen de 5 litros tenemos que:

$$Q = \phi_{vol} = \frac{\Delta Vol}{\Delta t} = \frac{5\ litros}{1\ \text{minuto}} \cdot \frac{1m^3}{1000\ litros} \cdot \frac{1\ \text{minuto}}{60\ seg} = 8,33 \cdot 10^{-5} m^3/s = 83,3\ cm^3/s$$

Por otra parte el área de la aorta es:

$$Area = \pi \cdot \frac{D^2}{4} = \pi \cdot \frac{(2,5cm)^2}{4} = 4,9\ cm^2$$

Donde resulta:

$$\phi_{vol} = v \cdot Area \rightarrow v = \frac{\phi_{vol}}{Area} = \frac{83,3cm^3/s}{4,9cm^2} = 17cm/s = 0,17m/s$$

Ejercicios propuestos

D.1. - Una manguera de agua de 2 cm de diámetro es utilizada para llenar una cubeta de 20 litros. Si la cubeta se llena en un minuto ¿cuál es la velocidad con la que el agua sale de la manguera?

D.2.- Suponiendo el mismo flujo volumétrico anterior para la manguera, cuanto tarda en llenar un tanque de 5 metros cúbicos.

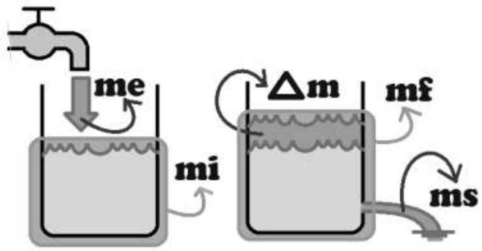
D.3.- Si el corazón late una 70 pulsaciones por minuto y tiene un flujo volumétrico de cinco litros/minuto; cuanto volumen de sangre bombea el corazón en toda un vida (asuma una media de 75 años); y cuantos latidos realizó en ese tiempo.

D.4.- La vejiga humana tiene una capacidad promedio de unos 350 a 400 mililitros (según sexo, edad y estilo de vida), pero el deseo de orinar empieza con los 200 mililitros. Tardamos unos 10 segundos en vaciar este volumen, cual es el flujo volumétrico de la vejiga. Sabiendo que el diámetro de la uretra es de unos 6 mm, cual es la velocidad del flujo en cm/s; m/s y km/hora.

D.2.- Continuidad.

Conociendo como medir la cantidad de fluido que se mueve (llamémoslo: gasto, caudal o flujo volumétrico), el siguiente punto es la **continuidad**; aunque estemos trabajando con partículas (moléculas) individuales que fluyen, esa individualidad deja de tener sentido ante nuestros ojos y el mundo cotidiano; para nosotros y nuestro entorno los fluidos que se desplazan son simplemente algo indivisible. La continuidad se vincula a un principio más básico, la materia, lo que tiene masa, y la química demostró hace mucho que la masa antes y después de un experimento (reacción química) es la misma. Bueno en física ocurre igual, la cantidad de masa total involucrada antes y después dentro de un flujo de materia es la misma.

La idea es simple; imagine un balde con agua ($masa_{inicial}$) y abrimos el chorro de un grifo ($masa_{que\_entra}$); después de cierto tiempo la masa en el balde será la suma de la masa inicial y un incremento de masa (Δm). Vamos a asumir, Dios no lo quiera, que el balde tiene una pequeña rotura o fuga por la que se pierde parte del líquido dentro ($masa_{que\_sale}$); entonces cuál es la masa final del balde en verdad.



Si obviamos la masa original, la variación de la masa dentro de un sistema depende únicamente de la masa que entra menos la masa que sale; ello constituye lo que se conoce como **principio de Continuidad**.

$$m_{final} = m_{inicial} + \Delta m \text{ donde: } \Delta m = m_{entró} - m_{salio}$$

Como vemos esto en forma cotidiana; bueno un río en temporada de lluvia recibe mayor cantidad de agua (masa de entrada) y por tanto aumenta su caudal; pero en temporada de sequía sale más agua (masa de salida) de la que entra y baja su caudal (incluso puede secarse). En este punto recordamos a la densidad; y en el caso de líquidos la densidad de los mismos es prácticamente constante; por ello ocurre:

$$\Delta m = m_{entra} - m_{sale} \Rightarrow \rho \cdot \Delta vol = \rho \cdot Vol_{entra} - \rho \cdot Vol_{sale} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta vol} = \boldsymbol{Vol}_{entra} - \boldsymbol{Vol}_{sale}$$

Al dividir entre en tiempo transcurrido a ambos lados tenemos que:

$$\frac{\Delta Vol}{\Delta t} = \frac{Vol_{entra}}{\Delta t} - \frac{Vol_{sale}}{\Delta t} \Rightarrow \mathbf{Q} = \Sigma \boldsymbol{\phi}_{vol\_entrada} - \Sigma \boldsymbol{\phi}_{vol\_salida}$$

Nota: Hemos asumido al inicio que sólo hay un chorro abierto y una rotura en el balde; pero pueden haber más, por ello hemos colocado los símbolos de suma en la expresión anterior.

La definición anterior se presenta en las llamadas **tuberías abiertas**, donde el agua sube de nivel o baja según la cantidad de líquido que entre o salga (ejemplo: el cause de un río que sube o baja su nivel de agua según sea temporada de lluvias o sequía); pero hay un segundo caso más simple, que es de importancia para la situaciones medicas, que no se pueda cambiar el volumen dentro de la tubería, son **tuberías cerradas**, como el caso de las tuberías de aguas blancas y el propio sistema circulatorio de los animales, incluido el hombre. En este segundo caso la expresión anterior queda:

$$Q = \Sigma \phi_{vol\_entrada} - \Sigma \phi_{vol\_salida} = 0 \Rightarrow \Sigma \boldsymbol{A}_{entradas} \cdot \boldsymbol{v}_{entradas} = \Sigma \boldsymbol{A}_{salidas} \cdot \boldsymbol{v}_{salidas}$$

Ejemplo (D.2) Sabiendo que el diámetro de la Aorta es 2,5 cm, y el diámetro de las dos venas cavas que llegan al corazón, cual es la velocidad de la sangre que llega al corazón sabiendo que sale de la aorta a una velocidad de 17 cm/s.

Calculamos las áreas transversales de la Aorta y las venas Cavas.

$$A_{aorta} = \frac{\pi \cdot (2,5cm)^2}{4} = 4,9\ cm^2$$

$$A_{cava} = \frac{\pi \cdot (3,0cm)^2}{4} = 7,0\ cm^2$$

Por principio de Continuidad tenemos para tuberías llenas (sin acumulación interna de líquido)

$$\sum Ae \cdot ve = \sum As \cdot vs \Rightarrow$$

$$17cm/s \cdot 4,9cm^2 = 2 \cdot v_{cavas} \cdot 7cm^2 \Rightarrow$$

$$v_{cavas} = 6cm/s$$

Ejercicios propuestos

D.5. - Asumiendo un flujo de 5 litros/min determinar la velocidad del flujo sanguíneo (en m/s) cuando pasa la sangre por la Aorta, y el diámetro medio de un capilar = 10 micrómetros, sabiendo que se estima que en un adulto existen unos 40.000 millones de capilares, de los cuales sólo la cuarta parte están abiertos normalmente, cual es la velocidad de las sangre al pasar por los capilares.

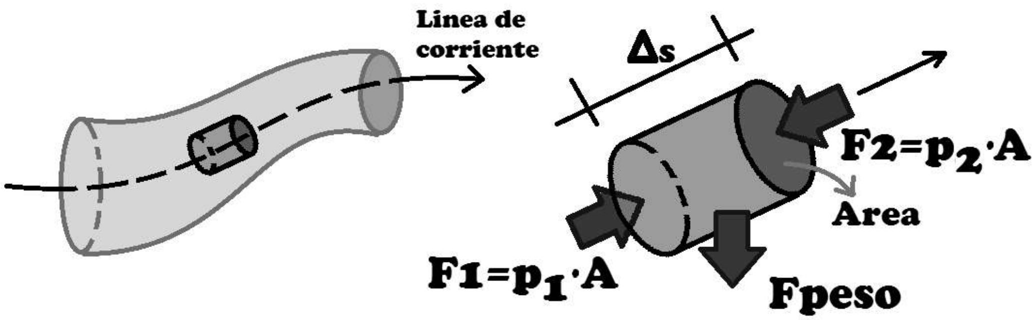
D.6.- velocidad promedio de la sangre de un capilar es de 0,066 cm/s; si la longitud del capilar es 0,1 cm y su radio 0,0002 cm; determinar ¿Cuál es el flujo volumétrico en el capilar?

D.7.- Por una tubería de 4 cm de diámetro circula agua a una velocidad cuya magnitud es de 4,5 m/s. En la parte final de la tubería hay un estrechamiento y el diámetro se reduce a 2,5 cm. ¿qué magnitud de velocidad llevará el agua en este punto?

D.8.- Por una manguera de bomberos de 0,25 metros de diámetro sale a presión agua que fluye a una velocidad de 12 m/s, si la manguera se achica en su boquilla de salida a 10 centímetros de diámetro ¿con qué velocidad saldrá el chorro?

D.3.- Bernuolli.

Daniel Bernuolli fue un matemático, estadístico, físico y médico del siglo XVII, y pese a su apellido, no era italiano, sino neerlandés-suizo; en 1738 publicó su obra *Hydrodynamica*, en la que expone lo que más tarde sería conocido como el **Principio de Bernoulli**, que describe el comportamiento de un fluido al moverse a lo largo de un conducto cerrado. Y si bien este principio se desarrolló para tuberías cerradas, su extensión y uso es valido también para tuberías abiertas y para fluidos comprensibles (gases), estando su uso moderno en el diseño de las alas de los aviones.



Como funciona este principio; bueno asumiremos primero un fluido incompresible (líquido) que se mueve dentro de una tubería llena, y que no hay presente fuerzas de fricción dentro de fluido. Debe ocurrir dentro de una línea de corriente (un camino dentro del flujo por la que se mueve el liquido) que un elemento de masa (Δm) es empujado por la presión dentro del fluido mismo; esto es que al aplicar la suma de fuerzas (2° ley de Newton) resulta:

$$+\nearrow \sum F_x = m\cdot a_x \Rightarrow (p_1 - p_2)\cdot Area - \Delta m\cdot a_g\cdot sen\theta = \Delta m\cdot a_x$$

Pero $\Delta m = \rho\cdot Area\cdot \Delta s$ y $a_x = \Delta v/\Delta t$; acomodando, sustituyendo y cancelando factor común (área) y como: $\Delta s\cdot sen\theta = \Delta y$ (cambio de altura) y $\Delta s\cdot(\Delta v/\Delta t) = (\Delta s/\Delta t)\cdot \Delta v = v_{prom}\cdot \Delta v$, entonces se tiene finalmente:

$$\Delta p + \rho\cdot\Delta y\cdot a_g + \frac{\rho}{2}\cdot\Delta v^2 = 0 \Rightarrow$$

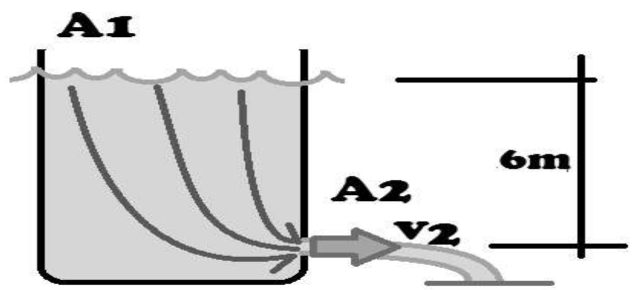
$$p_1 + \rho\cdot y_1\cdot a_g + \frac{\rho}{2}\cdot v_1^2 = p_2 + \rho\cdot y_2\cdot a_g + \frac{\rho}{2}\cdot v_2^2 \Rightarrow$$

$$\frac{p_1}{\rho\cdot a_g} + \mathbf{y}_1 + \frac{v_1^2}{2a_g} = \frac{p_2}{\rho\cdot a_g} + \mathbf{y}_2 + \frac{v_2^2}{2a_g}$$

El resultado anterior, en cualquiera de sus formas se conoce como **Principio de Bernoulli**, siendo la tercera expresión la más general o común ya que deja a la expresión en términos de altura (es común usar medidas de altura para describir la presión, recordemos por ejemplo los mmHg).

Observando la expresión final, se encuentra que es la misma del **principio de la Hidrostática** al cual se le ha agregado un nuevo termino, '$v^2/2a_g$'. El principio es la **ley de conservación de la energía** llevada al caso de los fluidos; la cantidad '$\rho \cdot a_g \cdot y$' representa la energía potencia del peso y que depende de la altura; la '$\rho \cdot v^2/2$' es la energía cinética del fluido y 'p' es la energía vinculada a la presión que experimenta el fluido dentro de la tubería. Si asumimos una altura uniforme, entonces es cuando se tiene la conclusión más importante del principio: <u>al aumentar la velocidad de un fluido, entonces la presión dentro del fluido se reduce</u>.

Ejemplo (D.2) En un gran tanque de almacenamiento lleno se forma un pequeño hoyo en su costado en un punto a 6 m abajo del nivel del agua. Determine a) la velocidad del agua al salir por el hoyo.



Por principio de Bernuolli tenemos que dado que las presiones en el punto más alto y abajo en el agujero son la misma (la atmosférica) y se pueden cancelar, quedando

$$\frac{p_1}{\rho \cdot a_g} + \mathbf{y}_1 + \frac{v_1^2}{2a_g} = \frac{p_2}{\rho \cdot a_g} + \mathbf{y}_2 + \frac{v_2^2}{2a_g} \Rightarrow \mathbf{y}_1 + \frac{v_1^2}{2a_g} = \mathbf{y}_2 + \frac{v_2^2}{2a_g}$$

Por otra parte, por principio de continuidad tenemos: $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$; pero si: A1 $\gg$ A2 por tanto: v1 $\ll$ v2; y podemos despreciar la velocidad del fluido en la parte superior del tanque (v1~0), el resultado es que la velocidad del fluido en el agujero obedece a la relación:

$$\mathbf{y}_1 + \frac{v_1^2}{2a_g} = \mathbf{y}_2 + \frac{v_2^2}{2a_g} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot a_g \cdot (y_1 - y_2)} \Rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 9,8m/s^2 \cdot 6m} = 10,84m/s$$

La expresión resultante señala que la <u>velocidad de un líquido por un orificio en una vasija abierta es igual a la que tendría un cuerpo en caída libre desde el nivel del líquido hasta el orificio</u>; este principio fue descubierto por el físico y matemático italiano Evangelista Torricelli (y recibe por ello su nombre, **principio de Torricelli**) en el siglo XVI, quien también inventó el barómetro de mercurio en 1643, y fue el primero en medir la presión atmosférica y comprobar que esta disminuye con la altura; entre sus logros fue demostrar que el aire (la atmósfera) tiene peso y que es posible crear dentro de los objetos el vacío (sacar el aire de un recipiente); algo impensable en otros tiempos.

Ejercicios propuestos

D.9. - El tanque de una poceta tiene una sección rectangular de dimensiones 20cmx40cm y el nivel del agua está a una altura h = 25 cm por encima de la válvula de desagüe, la cual tiene un diámetro 5 cm. Si al bajar la palanca, se abre la válvula ¿Cuál será la rapidez inicial de desagüe por esa válvula en función de la altura de agua en el tanque? No desprecie la velocidad en la superficie del tanque.

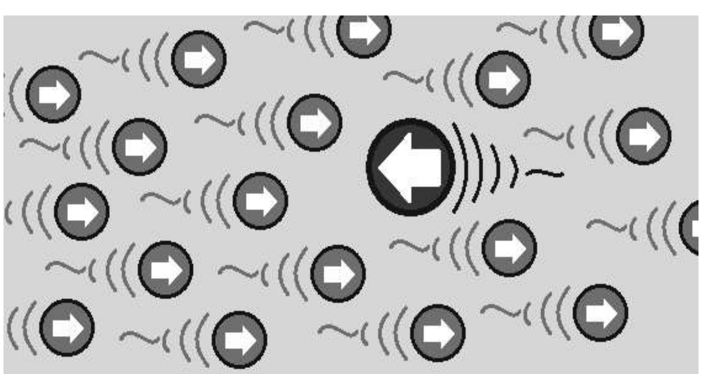
D.10.- Un tubo horizontal de 10 cm de diámetro tiene una reducción que lo conecta con un tubo de 5 cm de diámetro; sabiendo que la velocidad (v1) en la parte ancha es de 5 cm/s, mientras que la velocidad (v2) en la parte angosta de la tubería es de 15 cm/s; determinar la diferencia de presión (p2-p1) que experimenta el flujo por el cambio de tamaño. Asuma que no hay cambio de altura.

D.11.- En un tubo horizontal de 15 cm de diámetro tiene una reducción que lo conecta con un tubo de 10 cm de diámetro. Si la presión del agua en el tubo grande es 8000 Pa y la presión en el tubo más pequeño es 6000 ¿Cual es el flujo volumétrico de agua a través de los tubos?

E.- Fluidos (reales) en movimiento.

E.1.- La fricción en los fluidos.

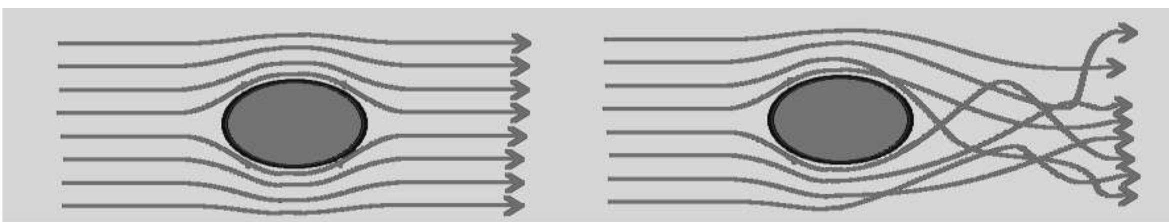
Hemos asumido hasta el momento que no hay fricción dentro de un fluido, esto es que son ‘ideales’; pero por desgracia, al igual que la ley de inercia es frenada en la realidad por la fricción entre los cuerpos, en los fluidos estas fuerzas que se oponen al movimiento también están presentes.



Cómo opera la fricción dentro de un fluido y por qué depende de la velocidad relativa del flujo; bueno un ejemplo simple es ir en auto; si saca la mano notara una brisa que se incrementa conforme aumenta la velocidad, ese es el efecto de las fuerzas de fricción dentro del fluido.

Imaginemos ahora otro ejemplo; suponga que usted se encuentra de compras en un centro comercial; usted se mueve por los pasillos en una dirección, pero el resto de las personas presentes van en sentido contrario; mientras usted (o las personas) se muevan a baja velocidad es posible que usted las esquive sin mayores complicaciones y sin golpearse entre sí; pero si usted se pone a correr lo más seguro es que chocara con varias personas en el camino, esos choques le impide correr a sus anchas; situación similar ocurriría si son las personas las que corren, aquí usted sería arrastrado por ellas. Bueno así funciona la fricción en los fluidos, a mayor velocidad del fluido, mayores choques con las partículas y mayor fricción.

El cómo se mueven las partículas que conforman un fluido entre ellas y con los objetos que se interponen en su camino da lugar a dos tipos de flujos; los **flujos laminares** (por laminas) ocurren a bajas velocidades y en ellos las partículas rodean los objetos sin presentar remolinos al pasarlos y las líneas de corriente no se mezclan, en caso contrarios (los más comunes) se forman remolinos y estos son llamados **flujos turbulentos**.



Flujo Laminar **Flujo Turbulento**

Por lo general las fuerzas de fricción (F_f) dentro de un fluido están en función de la velocidad:

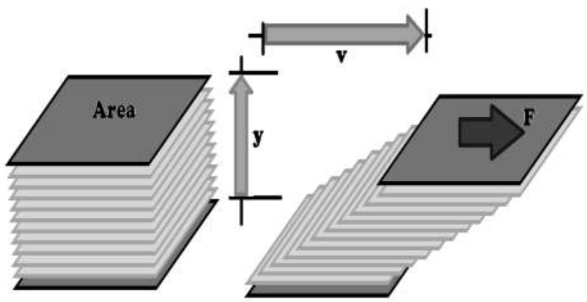
$$F_{f\_flujo\_laminar} = -c \cdot v$$

$$F_{f\_flujo\_turbulento} = -b \cdot v^2$$

Siendo 'c' y 'b' constantes de fricción. (**Nota**: los signos negativos indican simplemente que son vectores opuestos a la velocidad).

E.2.- Viscosidad.

Partimos señalando al inicio que <u>los fluidos no se pueden cortar; pero si sufren la acción de los esfuerzos cortantes</u>; y estos esfuerzos cortantes se presentan como las fuerzas de fricción dentro de los fluidos. La resistencia a la deformación dentro de un fluido por la acción de esfuerzos cortantes (o también por esfuerzos de tensión) se conoce como **viscosidad** (denotada con la letra griega eta "η"); y algo que comúnmente asociamos al termino 'espesor'; así la miel es más espesa que el agua, luego es más viscosa; y fluidos con gran viscosidad suelen ser identificados muchas veces como sólidos.



Supongamos que tenemos un fluido entre dos placas solidas; si movemos una de las placas (ejercemos una fuerza cortante), mientras la otra placa permanece fija, a bajas velocidades entre las placas se observa que aparece un gradiente de velocidad dentro del fluido ($\Delta v/\Delta y$).

Así la capa de fluido en contacto con la placa fija presenta nula rapidez, mientras que la capa en contacto con la que se mueve, se desplaza a igual velocidad que la placa solida en movimiento. La constante de proporción entre el esfuerzo de corte y el gradiente es la viscosidad del fluido.

$$\tau = \frac{Fuerza}{Area} = \eta \cdot \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

En términos simples, <u>la viscosidad significa fricción entre las moléculas de fluido</u>. Un fluido ideal es aquel que no tiene resistencia al esfuerzo cortante (su viscosidad es nula); y ello solo se observa sólo a temperaturas muy bajas en super-fluidos. De lo contrario, todos los fluidos tienen viscosidad. La viscosidad en los líquidos y gases es normalmente independiente de los cambios de presión (excepto al altas presiones), pero si se ve afectada por temperatura, en líquidos a mayor temperatura, menor viscosidad. En los gases ocurre lo contrario, aumenta al aumentar la temperatura. Las unidades de viscosidad son generalmente expresadas en presión por tiempo (pa·s).

Agua		**Otros fluidos**	
Agua (10°C)	1,30 mpa·s	Aire (0°C)	17,4 μpa·s
Agua (20°C)	1,00 mpa·s	Aire (15°C)	18,1 μpa·s
Agua (25°C)	0,89 mpa·s	Aire (27°C)	18,6 μpa·s
Agua (30°C)	0,80 mpa·s	Sangre (37°C)	3 a 4 mpa·s
Agua (40°C)	0,65 mpa·s	Orina (37°C)	0,65 mpa·s
Agua (50°C)	0,55 mpa·s	Mercurio (25°C)	1,53 mpa·s
Agua (60°C)	0,47 mpa·s	Aceite de oliva (25°C)	81 mpa·s
Agua (70°C)	0,40 mpa·s	Aceite de motor (25°C)	65 a 320 mpa·s
Agua (80°C)	0,36 mpa·s	Miel (25°C)	2 a 10 pa·s
Agua (90°C)	0,32 mpa·s	Melaza (25°C)	5 a 10 pa·s
Agua (100°C)	0,28 mpa·s	Chocolate fundido (25°C)	45 a 130 pa·s
Asfalto liquido	70 a 230 mpa·s	Salsa de tomate (25°C)	50 a 100 pa·s
Petróleo	2,4 a 100 mpa·s	Manteca de cerdo (25°C)	~ 100 pa·s
Brea	**320000 kpa·s**	Margarina (25°C)	~ 250 pa·s

E.3.- Perdidas de presión.

En el movimiento de cuerpos, cuando estos sufren la acción de fuerzas de fricción, entonces ocurren perdidas de energía; lo que se traduce que el trabajo mecánico se transforma en calor. En los fluidos la presencia de la fricción también implica lo mismo, pero esas perdidas de energía se vinculan a perdidas de presión en el flujo. Si tuviéramos que verlo en ecuaciones entonces la ecuación de Bernuolli habría que completarla agregando las perdidas de fricción, que denotaremos con la letra '**H**' y aquí se mide en alturas (m).

$$\frac{p_1}{\rho \cdot a_g} + y_1 + \frac{v_1^2}{2a_g} = \frac{p_2}{\rho \cdot a_g} + y_2 + \frac{v_2^2}{2a_g} + \mathbf{H}$$ [3]

El calcular cuanto es **H** fue uno de los grandes problemas en hidráulica del siglo XIX, ya que era importante abastecer de agua potable las ciudades y abandonar los viejos canales abiertos (estilo romano) por sistemas de tuberías (estilo moderno) a fin de evitar contaminación de las aguas en el camino. Entre los primeros que atacaron el problema fue el francés *Henry Philibert Gaspard Darcy*, quien estudiaba como el agua pasa a través de cuerpos porosos; y el alemán *Julius Ludwig Weisbach* quien completo el trabajo del ingeniero francés y encontró que la cantidad '**H**' está vinculada a la velocidad del fluido, la longitud recorrida y la sección de la tubería (diámetro), la relación se conoce hoy como **ley de Darcy-Weisbach**:

$$H = f \cdot \left[\frac{v^2}{2a_g} \cdot \frac{L}{D} \right]$$

El **coeficiente de fricción** (*f*) varia si se trata de flujos laminares o flujos turbulentos; aquí entra una cantidad adimensional llamada **Número de Reynolds** (R_e) y que es usada para predecir los patrones de flujo en fluidos. A bajos números de Reynolds, los flujos suelen ser laminares, mientras que a altos números tenemos flujos turbulentos. El concepto de este número adimensional fue presentado por *Sir George Stokes* (físico y matemático irlandés) a mitad del siglo XIX, pero a inicios del siglo XX *Arnold Sommerfeld* (físico alemán) nombra esta cantidad finalmente en honor a *Osborne Reynolds* (otro irlandés) quien popularizó su uso en el estudio de los fluidos a fines del siglo XIX. En tuberías circulares llenas el Número de Reynolds es función de cuatro cantidades del fluido: la densidad, su velocidad, el diámetro de la tubería y la viscosidad.

$$R_e = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\eta}$$

Cuando Re < 2000 estamos ante flujos laminares, para Re > 4000 hay flujo turbulento; y en flujos laminares el coeficiente de fricción responde únicamente a este número: $f = 64/R_e$; en flujos turbulentos el coeficiente de fricción es función de la rugosidad interna de la tubería.

---

[3] **Nota**: en una tubería sin cambios de altura y en velocidad en el flujo entonces: $\Delta p = \rho \cdot a_g \cdot H$.

Ejemplo (E.1) Determine si el flujo es laminar o turbulento si fluye agua a 25°C en una tubería cuyo diámetro interior es de 150 mm. La velocidad promedio del flujo es de 3,6 m/s.

Calculando número de Reynolds tenemos:

$$R_e = \frac{1000\ kg/m^3 \cdot 0,15\ m \cdot 3,5\ m/s}{0,89 \cdot 10^{-3}\ pa \cdot s} = 59000 > 3000 \Rightarrow \text{flujo turbulento}$$

Ejercicios propuestos

E.1.- Calcule el Número de Reynolds para Aceite de Oliva a una velocidad de 10 m/s fluyendo por una tubería de ¼ de pulgada, a 25°C. Este aceite tiene una viscosidad de 81 mpa·s, y una densidad de 0,913 gr/cm^3.

E.2.- Determinar el Número de Reynolds para agua circulando por una tubería circular de unas tres pulgadas de diámetro con un caudal de 900 litros/hora; viscosidad 0,003 pa·s, y la densidad 1000 Kg/m^3.

E.3.- A qué velocidad máxima, en m/s debe circular el agua en el ejercicio anterior para que el flujo sea laminar y cuál sería ahora el nuevo gasto en la tubería.

E.4.- Pouseuille.

También a mediados del siglo XIX dos personajes, *Jean Léonard Marie Poiseuille*, físico y fisiólogo frances; y *Gotthilf Heinrich Ludwig Hagen*, ingeniero alemán; desarrollaron (haciendo uso del calculo integral) una expresión que midiera las perdidas de presión ($\Delta \boldsymbol{p} = \rho \cdot a_g \cdot \boldsymbol{H}$) en tuberías llenas y con flujo laminar. En su origen Poiseuille buscaba entender como ocurría el flujo de la sangre en los capilares sanguíneos, mientras que Hagen, un ingeniero encontró experimentalmente que la perdida de presión en una tubería llena con fluido viscoso dependía de una razón inversa a la potencia cuarta del radio de la tubería ($\Delta \mathbf{p} \sim 1/R^4$). La expresión lleva el nombre de ambos (**ecuación de Poiseuille-Hagen**), pero es más conocida como **ecuación de Poiseuille**, quien fue quien la publicó primero.

Omitiremos el origen matemático (ya que requiere uso de calculo avanzado), pero haremos un análisis lógico a la inversa. <u>Qué sabemos hasta este punto</u>: **1)** a mayor velocidad mayor fricción. **2)** a mayor fricción mayores perdidas de presión, **3)** si el área de la tubería es grande, entonces el flujo es mejor, por tanto se reduce la fricción; **4)** a mayor viscosidad, mayor fricción y finalmente **5)** mientras más sea el largo de la tubería (L) (Darcy-Weisbach) mayor fricción. Todo esto se traduce en:

$$\Delta p = \rho \cdot a_g \cdot H \sim \frac{\eta \cdot L \cdot v}{Area} \Rightarrow \Delta p = 8\pi \cdot \left(\frac{\eta \cdot L \cdot v}{Area} \right) \Rightarrow$$

$$\left[\Delta p = \rho \cdot a_g \cdot H = \frac{8\eta \cdot L \cdot v}{R^2} = \frac{8\eta \cdot L}{\pi R^4} \cdot \phi_{vol} \right]$$

Nota1: en realidad la razón $f = 64/R_e$ tiene su origen en la ecuación de Pouiseuille y no a la inversa.

Nota2: la cantidad ($8\eta \cdot L/\pi R^4$) se conoce como **resistencia del fluido** y hace análoga la ley de Poiuseuille con la ley de Ohn en circuitos eléctricos.

Ejemplo (E.2) El agua de un recipiente cilíndrico de unos 50 cm de alto (h) se vacía a través de un tubo horizontal de 0,5 mm de diámetro y 20 cm de largo ubicado en su fondo. Determinar el tiempo necesario para que se vacíen 5 cm^3 por el capilar, sabiendo que la viscosidad del agua a 20°C es de 0,001 pa·s.

Aplicando Pouseuille tenemos:

$$\Delta p = h \cdot \rho \cdot a_g = \frac{8\eta \cdot L}{\pi R^4} \cdot \frac{\Delta Vol}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{8\eta \cdot L \cdot \Delta Vol}{h \cdot \rho \cdot a_g \cdot \pi R^4} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{8 \cdot (0,001 pa \cdot s) \cdot (0,2m) \cdot (5 \cdot 10^{-6} m^3)}{(0,5m) \cdot (1000 kg/m^3) \cdot (9,8 m/s^2) \cdot \pi \cdot (2,5 \cdot 10^{-4} m)^4} = 133\ s \sim 2,2 \text{ minutos}$$

Ejercicios propuestos

E.4.- La viscosidad promedio de la sangre es de 0,0035 pa·s; sabiendo que un capilar tiene un diámetro de unos 10 μm; y una longitud de 1 cm; cuanto es la perdida de presión (**H**) si la sangre tarda unos 8 segundos en recorrer el trayecto señalado. La densidad de la sangre es 1,088 gramos/mililitro.

E.5.- En promedio el cuerpo orina unos 1,4 litros cada día y la vejiga tiene capacidad de retención de líquido de unos 350 a 400 cm^3 (según sexo, edad, estilos de vida, etc.), pero el deseo de orinar empieza a alcanzar los 200 cm^3; tardando unos 10 segundos en vaciar esa cantidad aproximadamente. Se sabe que la mujer tiene una uretra de unos 3,5 cm; mientras que en el hombre el largo es de unos 15 cm. El diámetro de la uretra es de unos 6 mm y la viscosidad de la orina a 37°C es de 0,00065 Pa·seg. Determinar la presión mínima (en mmHg) que debe efectuar la vejiga para que se pueda realizar el acto de orinar en el hombre y la mujer.