El medir y las cantidades físicas

escalares y vectores en física

Prof. R. Nitsche C.

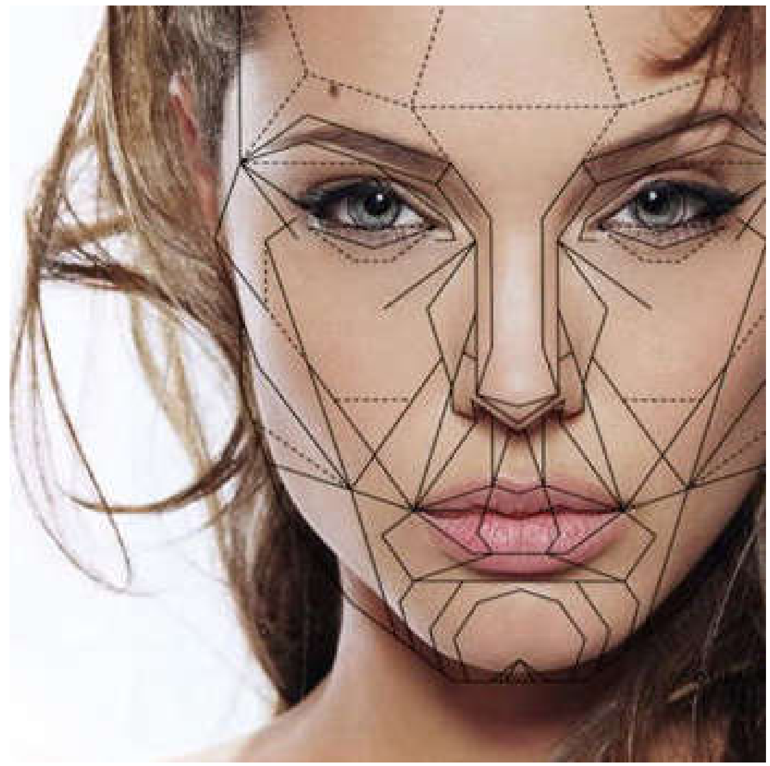
Física Medica – UDO Bolívar

Medir

- Medir es el requisito de toda ciencia empírica (experimental); **medir significa simplemente comparar.**
- Conociendo que se va a medir (cantidad física) necesitamos un patrón o unidad de medida y un instrumento de medida que contenga esa unidad.
- **Ejemplo:** si la dimensión es el *tiempo*, una unidad o patrón pueden ser la *hora* y el instrumento es el *reloj*.

Cantidades físicas

- Son **cantidades físicas** todo lo que sea percibido por los sentidos y se pueda medir.
- En la física existen dos tipos de cantidades físicas: **las cantidades fundamentales** (que no dependen de otras y son sólo siete: longitud, masa, tiempo, corriente eléctrica, temperatura, cantidad de materia e intensidad luminosa); todas las demás son combinaciones de las anteriores y se conocen como **cantidades derivadas.**



La oficina internacional de pesos y medidas

- A lo largo de la historia se llevaron a cabo intentos de unificación de las distintas medidas con el objeto de simplificar los intercambios, facilitar el comercio y el cobro justo de impuestos. *(Un ejemplo moderno es el surgimiento de la moneda Euro)*
- En la Revolución francesa de 1789, junto a otros desafíos, nombraron comisiones de científicos para uniformar los pesos y medidas, y definir medidas estándares que no dependieran de zapato del rey de turno; o la balanza del comerciante local. Ello dio origen a la Oficina Internacional de pesos y medidas.

La longitud y su patrón de medida, el metro

- La definición de un patrón de longitud fue una tarea ardua y complicada; finalmente la Academia de Ciencias de Francia en 1791 lo definió como la diezmillonésima (1/10.000.000) parte de la distancia que separa el polo de la línea del ecuador terrestre.
- Por supuesto después de que fue creado el patrón se encontró que existía un pequeño error, y en el siglo XX se dieron dos nuevas definiciones, basadas en la estructura atómica y en la velocidad de la luz.

El tiempo y su patrón de medida, el segundo

- Hasta 1967 se definía al segundo como la fracción 1/86400 de la duración que tuvo el día solar medio entre los años 1750 y 1890 y, a partir de esa fecha, su medición se hace tomando como base el tiempo atómico.
- Como consecuencia de esto se producen desfases entre el segundo como unidad de tiempo astronómico y el segundo medido a partir del tiempo atómico, más estable que la rotación de la Tierra, lo que obliga a ajustes destinados a mantener concordancia entre el tiempo atómico y el tiempo solar medio.

La masa y su patrón de medida, el kilogramo

- La primera definición, decidida durante la Revolución francesa, especificaba que era la masa de un decímetro cúbico (un litro) de agua destilada a una atmósfera de presión y 4°C.
- Pero la presión depende de la masa, creando una definición circular; para evitar estos problemas, el kilogramo fue redefinido mediante un objeto y desde 1889, el Sistema Internacional de Medidas define que la unidad debe ser igual a la masa del proto-tipo que reposa en sus bóvedas.

La temperatura y su patrón de medida, el kelvin

- Lord Kelvin, en el año 1848, redefinió la escala del grado Celsius para evitar los números negativos; estableciendo el punto cero a −273,15 °C y conservando la misma dimensión o división original.
- Anders Celsius había definido su escala en 1742 considerando las temperaturas de ebullición y de congelación del agua, asignándoles originalmente los valores 0 °C y 100°C.
- Hoy se define la unidad de kelvin como la fracción de 1/273,16 de la temperatura del punto triple del agua.

La corriente eléctrica y su patrón de medida, el amperio

- Desde mediados del siglo XIX, con el desarrollo del electromagnetismo comenzó a usarse el amperio como unidad de corriente eléctrica.
- La definición y medida no era uniforme, y cada país desarrollo sus propios estándares. El primer estándar internacional fue establecido en el Congreso Eléctrico Internacional de Chicago en 1893.
- La actual definición es de 1948 y se mide en función de la fuerza de atracción magnética generada por la corriente entre dos conductores rectos separados un metro en el vacio.

La cantidad de materia y su patrón de medida, el mol

- Se define como mol a la cantidad de una sustancia que contiene tantas entidades elementales como las que existen en 12 gramos de carbono-12.
- Normalmente se da por hecho que se refiere al número de entidades a: átomos, moléculas, iones, electrones, u otras partículas; y la cantidad de entidades en un mol es llamada **número de Avogadro**.

La intensidad luminosa y su patrón de medida, la candela

- La **Fotometría** es la ciencia que se encarga de la medida de la luz y del brillo percibido por el ojo humano. Es decir, estudia la capacidad que tiene la radiación electromagnética de estimular el sistema visual. (No confundir con la Radiometría, encargada de la medida de la luz en términos de potencia absoluta).
- La medida de ese brillo percibido por el ojo humano es la intensidad luminosa, y es la medida de la potencia luminosa percibida que emite una fuente por unidad de ángulo sólido.

Patrones y/o unidades de medida

- Son patrones y/o unidades de medidas los nombres que asignamos a la unidad de una dimensión física.

- **Por ejemplo:** patrones de la dimensión tiempo son: el segundo, el minuto, la hora, el día, la semana, el mes y el año. Patrones de la dimensión longitud son: el metro, el pie, la pulgada, la yarda, la milla, etc.

Transformación de patrones

- En cantidades fundamentales

Por ejemplo:

- Transformar 25 m a pulgadas
- Se sabe que 1 plg vale 2,54 cm
- Y que 1 m son 100 cm
  - **Por tanto**

$$[25\ m] \cdot \frac{100\ cm}{1\ m} \cdot \frac{1\ plg}{2,54\ cm} \rightarrow 984\ plg$$

- En cantidades derivadas

Por ejemplo:

- Transformar 100 km/h a m/s
- Se sabe que 1 h vale 60 minutos y 1 minuto son 60 segundos; por otra parte 1 km son 1000 m
  - **Por tanto**

$$\left[100\ \frac{km}{h}\right] \cdot \frac{1000\ m}{1\ km} \cdot \frac{1\ h}{60min} \cdot \frac{1min}{60s} \rightarrow 27,8\ \frac{m}{s}$$

Sistema Métrico Internacional

- Para reducir los problemas al transformar unidades el ***Sistema Internacional*** estableció que los múltiplos y submúltiplos sean potencias de 10, ello implica sólo mover la coma decimal.
- **Ejemplo:** transformar 123 cm a milímetros, metros y kilómetros

$$123\ cm \cdot \frac{10\ mm}{1\ cm} = 1230\ mm$$

$$123\ cm \cdot \frac{1\ m}{100\ cm} = 1,23\ m$$

$$1,23\ m \cdot \frac{1\ km}{1000\ m} = 0,00123\ km$$

$$1\ \boldsymbol{Mega} - unidad = 1000000\ unidades$$

$$1\ \boldsymbol{kilo} - unidad = 1000\ unidades$$

$$1\ \boldsymbol{hepto} - unidad = 100\ unidades$$

$$1\ \boldsymbol{deca} - unidad = 10\ unidades$$

$$1\ unidad = 1\ unidad$$

$$1\ \boldsymbol{deci} - unidad = 1/10 = 0,1\ unidades$$

$$1\ \boldsymbol{centi} - unidad = 1/100 = 0,01\ unidades$$

$$1\ \boldsymbol{mili} - unidad = 1/1000 = 0,001\ unidades$$

$$1\ \boldsymbol{micro} - unidad = 1/1000000 = 0,000001\ unidades$$

Notación científica

- Cantidades muy grandes o muy pequeñas suelen ser expresadas usando **notación científica**, que es la cantidad expresada como un número mayor o igual a 1 y menor que 10, multiplicado por una potencia de 10.
- El exponente de la potencia indica cuanto debe moverse la coma decimal a la derecha (-) o la izquierda (+) en la cantidad señalada.
- **Nota:** el número de decimales depende de las ***cifras significativas*** leídas.

12.155	$1{,}2155\cdot10^{4}$
0,000357	$3{,}57\cdot10^{-4}$
8.600.000.000	$8{,}6\cdot10^{9}$
0,00000000700	$7{,}00\cdot10^{-9}$

Apreciación de un instrumento

- La apreciación se determina determinando cuanto vale cada intervalo indicado en el instrumento [entre raya y raya].

- Para la figura como ejemplo entre raya y raya hay 5 km/h

$$Aprec = \frac{L_{superior} - L_{inferior}}{n_{úmero\ de}\ d_{ivisiones}}$$

$$Apre = \frac{50\,km/h - 30\,km/h}{4\ \text{divisiones}} = 5\,km/h$$

Cifras significativas (1)

- Cuando se lee una cantidad hay cifras que se pueden leer o contar (líneas) directamente, más una última que se aproxima entre las líneas.

- La cantidad de guarismos (números, dígitos) que tiene la lectura representa el número de ***cifras significativas***.

Cifras significativas (2)

- En el reloj la aguja de las horas se encuentra entre las 2 y las 3; el primer número que podemos leer seguro es el 2.
- La apreciación del instrumento (en horas) es que hay cinco divisiones entre cada hora, esto es 0,2 horas vale cada raya.
- Contando después del 2 hay 3 rayas, o lo que es igual 0,6 horas.
- La última lectura se aproxima a la mitad entre las rayas (esto es 0,1 h), por tanto la lectura es 2,7 horas, el 0,7 es en definitiva una cifra estimada.

Suma y resta de cantidades físicas

- En la suma (o la resta) de cantidades físicas sólo se pueden sumar las cantidades hasta el que tiene menos cifras decimales.
- Aunque la regla señala que hay que poner dudas (?) sobre las cifras desconocidas, no aclara cual de los posibles formas es la que puede ser aplicada; <u>se recomienda calcular normal y luego redondear</u>.

Por redondeo del resultado	Por redondeo de las cantidades
10,7 0,64 0,095 ——— 11,435~11,4	10,7 0,6 0,1 ——— 11,4
Por truncamiento de las cantidades	**Poniendo la duda en las cifras desconocidas**
10,7 0,6 0,0 ——— 11,3	10,7?? 0,67? 0,055 ——— 11,3??

Multiplicación y división de cantidades físicas

- En la multiplicación (o división) de cantidades físicas la regla señala que el resultado tendrá tantas cifras significativas como el que tiene menos cifras significativas.

- **Nota:** El uso de la notación científica elimina duda de cuantas cifras significativas hay o debe haber en el resultado.

Multiplicación y División

$$12 \times 4{,}3 = 51{,}6 = 52$$

$$90{,}2 \times 5{,}4 = 487{,}08 = 4{,}9\times10^{2}$$

$$586{,}28 \times 234 = 137189{,}52 = 1{,}37\times10^{5}$$

$$5428 \div 6{,}4 = 848{,}125 = 8{,}4\times10^{2}$$

$$0{,}2547 \div 0{,}047 = 5{,}419489\ldots = 5{,}4$$

$$2{,}66 \div 82{,}2 = 0{,}03236\ldots = 3{,}24 \times10^{-2}$$

El error en la lectura

- Toda cantidad física leída es representada como una lectura más un error.
- <u>Para efectos de una sola lectura el error cometido es la mitad de la apreciación del instrumento</u>.
- En el ejemplo del reloj sería:

$$t = 2,7h \pm 0,1h$$

- Lo que traduce que la hora cierta se encuentra entre las 2,6 horas y 2,8 horas (esto es entre las 2:36 a las 2:48)
- **Nota**: el error no puede tener menos decimales que la lectura.

Tipos de error

- El error de la lectura de una cantidad ‘x’ generado por la apreciación se conoce como **error absoluto** (**Δx**); la división del error absoluto entre la cantidad leída define al **error relativo** (ε); la multiplicación del error relativo por cien, define al **error porcentual** (**ε%**).
- Una lectura cuyo error porcentual sea mayor del 5% es considerada una mala lectura.

$$sea: \; t = 2{,}7h \pm 0{,}1h$$

$$\Delta t = \frac{Aprec}{2} = \frac{0{,}2h}{2} = 0{,}1h$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta t}{t} = \frac{0{,}1h}{2{,}7h} = 0{,}037..$$

$$\varepsilon\% = \varepsilon \cdot 100\% = 0{,}037 \cdot 100 = 3{,}7\%$$

Cálculos del error en operaciones aritméticas

- En una suma o una resta, el error del resultado es la suma de todos los errores en las cantidades presentes
- En la multiplicación o división el error relativo del resultado es la suma de los errores relativos de las cantidades presentes.
- **Nota:** por lo general cuando los resultados den un error porcentual mayor a 10% implica que no son confiables en una investigación.

$$[2,45 \pm 0,05] + [3,12 \pm 0,02] = 5,57 \pm 0,05$$

$$[125,8 \pm 0,6] - [12,5 \pm 0,2] = 113,3 \pm 0,8$$

$$[4,20 \pm 0,02] \times [5,78 \pm 0,03] \Rightarrow$$

$$4,20 \times 5,78 = 24,276 \Rightarrow 24,3$$

$$\text{donde:} \quad \frac{\Delta x_1 \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{0,02}{4,20} + \frac{0,03}{5,78} = 0,0995...$$

$$\text{como:} \quad \frac{\Delta x_1 \cdot x_2}{24,3} = 0,0995... \Rightarrow \Delta x_1 \cdot x_2 = 24,3 \cdot 0,0995 = 0,241$$

$$\text{resultando:} \quad x_1 \cdot x_2 = 24,3 \pm 0,2$$

Naturaleza de las cantidades físicas

Escalares	• Aquellas que quedan definidas por una cantidad y su patrón (tienen sólo magnitud)
Vectoriales	• **Aquellas que además de la magnitud requieren dirección y sentido**; y en algunos casos punto de aplicación y/o de origen
Tensoriales	• Para ser indicadas se hace uso de matrices (generalmente cuadradas nxn)

Cantidades escalares

- Quedan perfectamente expresadas por un número (entero o real) y un patrón o unidad.

Ejemplos:

- Distancia = 100 metros
- Tiempo = 8 horas
- Temperatura = -23 °C
- Masa = 5,23 kg
- Potencia = 1500 vatios
- Volumen = 3,432 litros

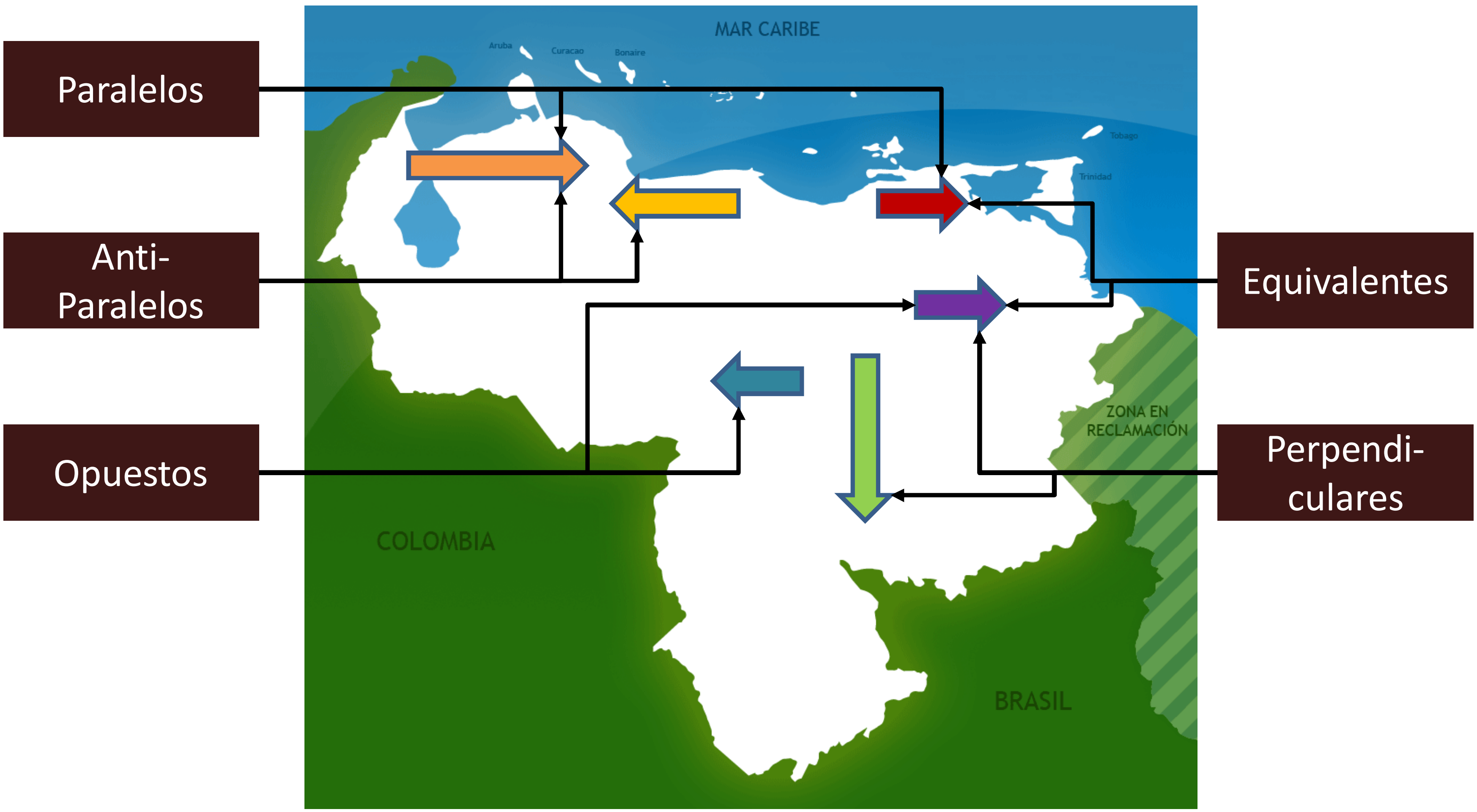
Cantidades Vectoriales

- Requieren magnitud, dirección y sentido. Geométricamente se definen como segmentos de recta orientado.
- **La magnitud** es un número positivo acompañado del patrón o la unidad de medida
- **La dirección** es el camino por donde 'actúa' la cantidad. Generalmente lo indican uno o más ángulos
- **El sentido** es en ese camino si uno va para un lado o para otro, se indica con un signo + o -

Cantidades Vectoriales

- En algunas cantidades vectoriales se requiere **punto de partida** (ejemplo en el desplazamiento es igual al cambio de posición, hay que saber de donde se parte) o **punto de aplicación** (ejemplo la fuerza puede tener igual magnitud, dirección y sentido, pero el golpe se recibe de forma distinta en la cara o en el estomago)

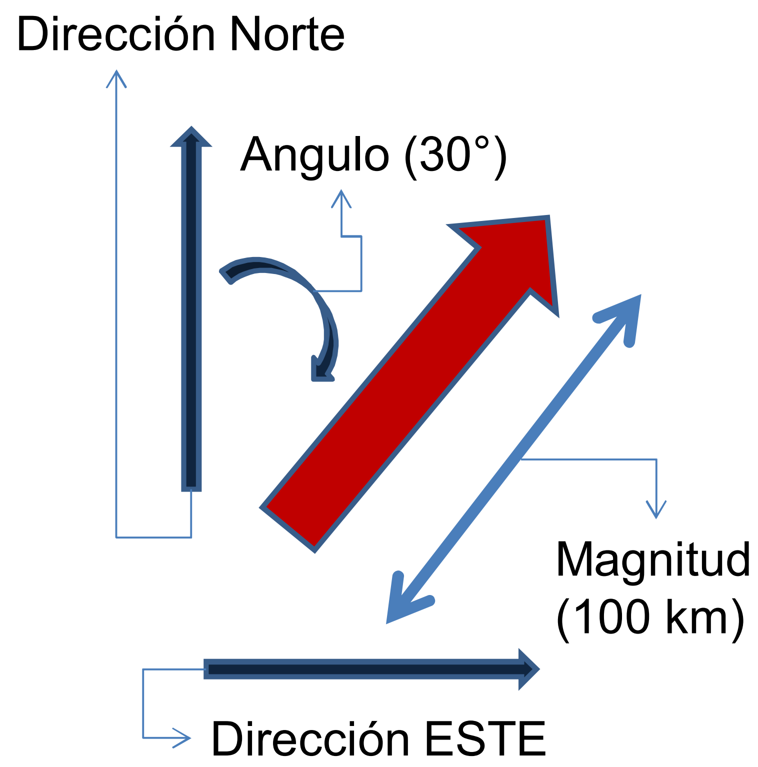
Algunos tipos de vectores



Vector desplazamiento

- **<u>El desplazamiento</u>**<u>: es el cambio de posición de un cuerpo</u>.
- Para ir de un lugar a otro se requiere una distancia a recorrer (magnitud), una dirección y sentido (dados ambos por el rumbo = ángulo con respecto al norte en el caso ejemplo).

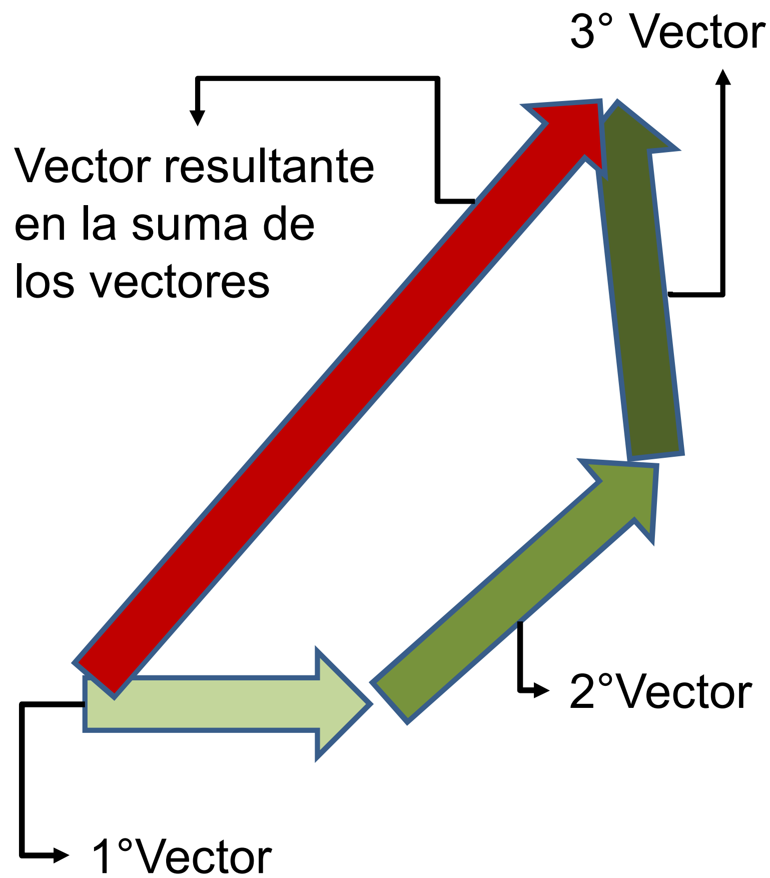
- **Ejemplo**: un carro se mueve 100 km en dirección 30° del Norte al este.



Suma de vectores

- Dado dos o más vectores su suma es similar a como se mueve un carro, después de cada desplazamiento (vector), el que sigue en la suma inicia al final del último sumado; el desplazamiento total va desde el origen del primer vector hasta el final del último.

- **Nota:** La distancia total recorrida por el carro no es igual a la magnitud del vector resultante



Nomenclatura para los vectores, escalares y ángulos

- Todo vector se indica con una fecha arriba de la letra que lo representa, por lo general se usan letras mayúsculas
- Los escalares no usan la flecha, y usan por lo general letras minúsculas
- La magnitud de un vector se indica como el vector entre dos barras verticales o la letra del vector sin la flecha
- La dirección se indica con uno o más ángulos, estos usan letras griegas minúsculas

$$Vectores = \vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \ldots$$

$$Escalares = a, b, c, \ldots$$

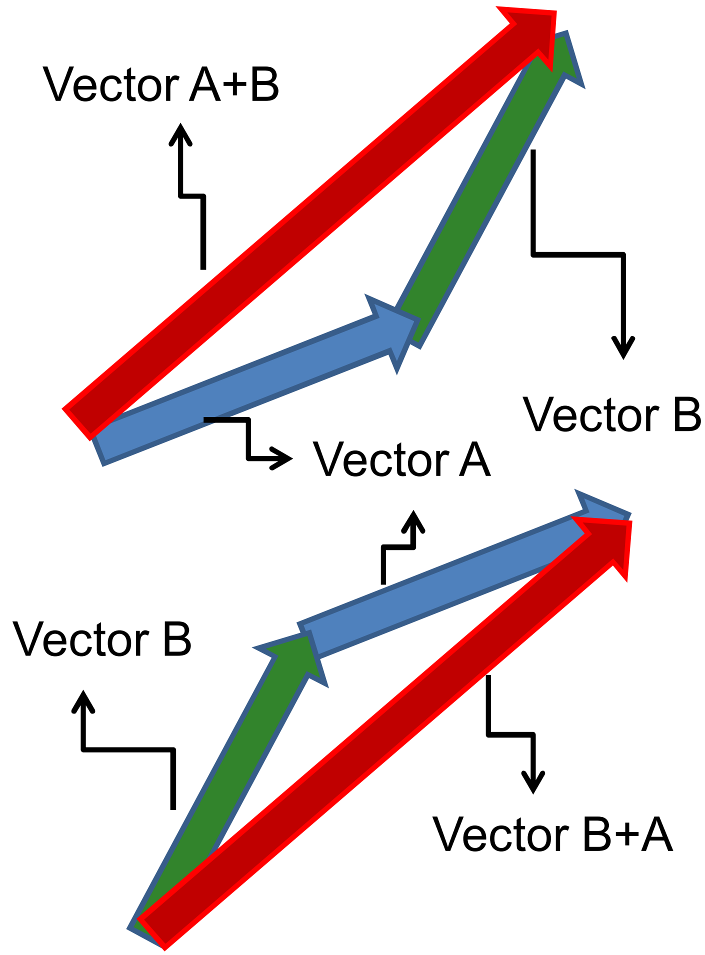
$$Magnitud\ de\ vectores = \left|\vec{A}\right| = A, \ldots$$

$$\acute{A}ngulos = \alpha, \beta, \gamma, \ldots$$

Propiedad conmutativa de la suma de vectores

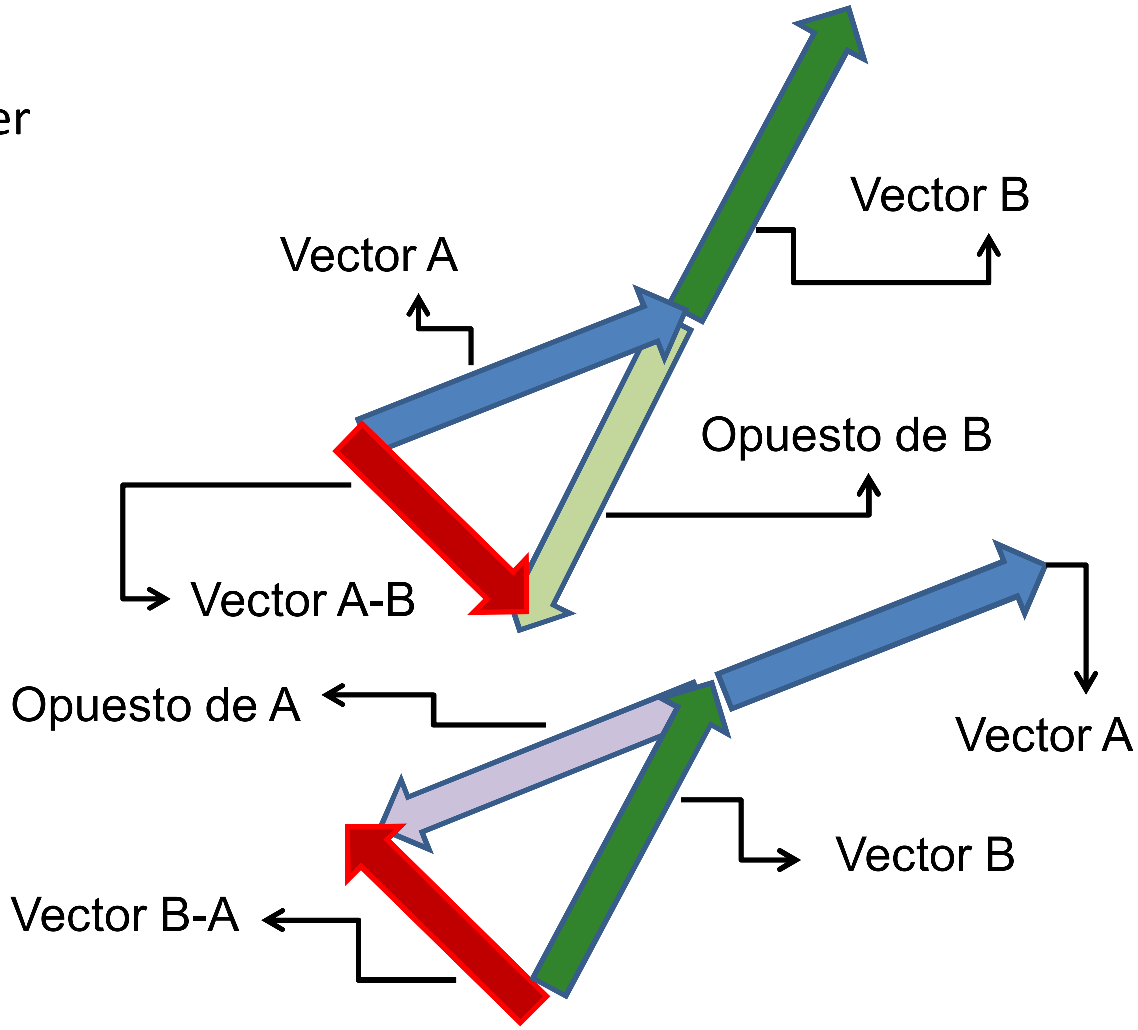
- En la suma de vectores, el orden de los sumandos no altera el resultado.

- **Por ejemplo** si primero nos movemos dos cuadras al este y luego tres cuadras al norte; o lo hacemos al revés, primero tres cuadras al norte y luego dos cuadras al este, terminaremos llegado al mismo sitio, siempre que partamos del mismo origen



Resta de vectores

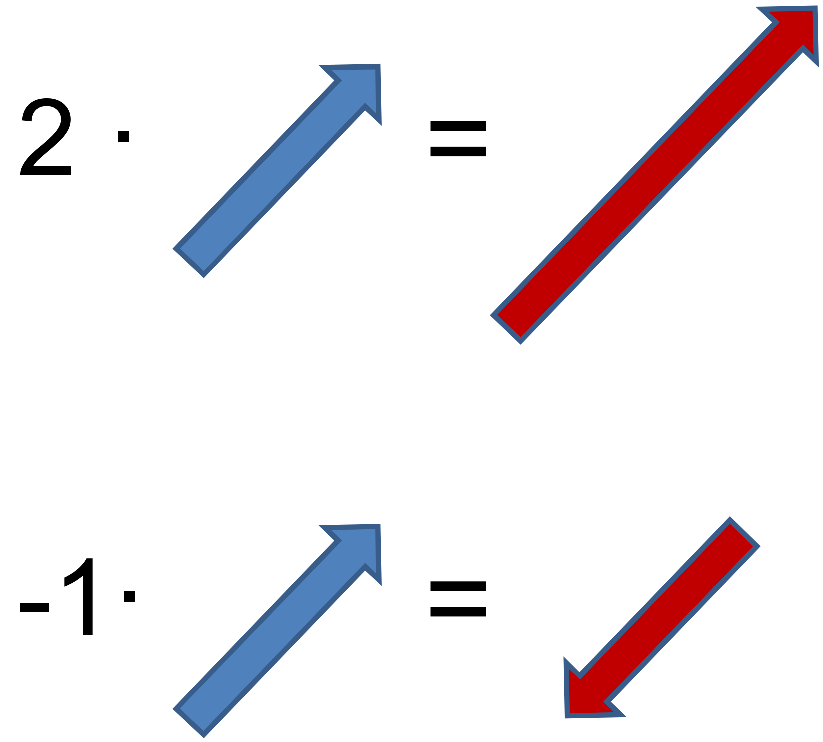
- La resta de dos vectores es igual a sumar el primer vector con el vector opuesto del vector restado
- La resta no es conmutativa
- Son **vectores opuestos** aquellos cuya suma da por resultado el **vector nulo** (aquel cuya su magnitud es cero, pero tiene dirección y sentido)



Multiplicación de escalar por vector

- Al multiplicar un escalar (número) por un vector el resultado es otro vector que tiene por magnitud la magnitud del vector original multiplicada por el número, su dirección es la misma del vector original y el sentido es igual o opuesto al original, dependiendo si el escalar es positivo o negativo.

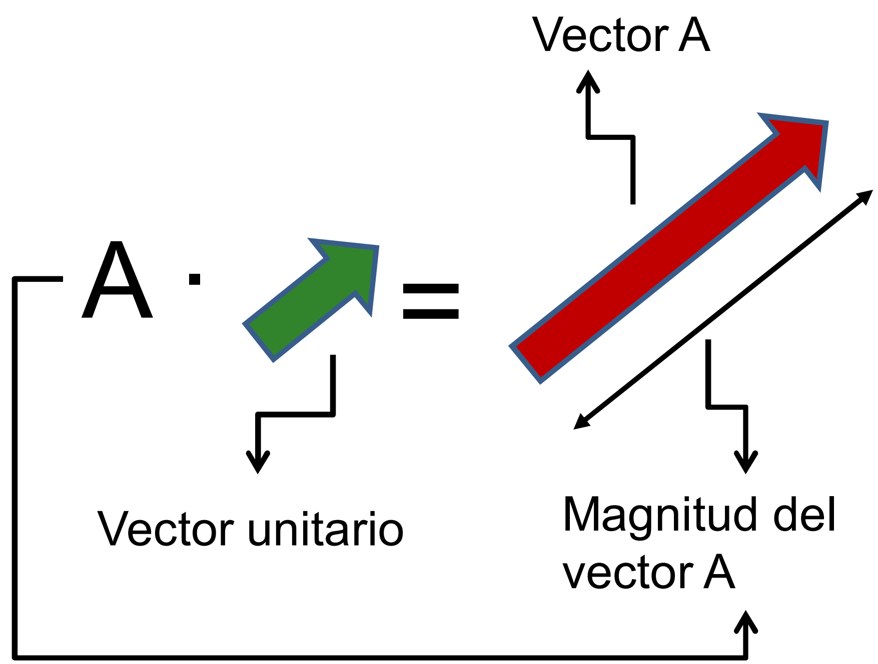
- **Nota**: En vectores el signo sólo indica el sentido del vector.



El vector unitario

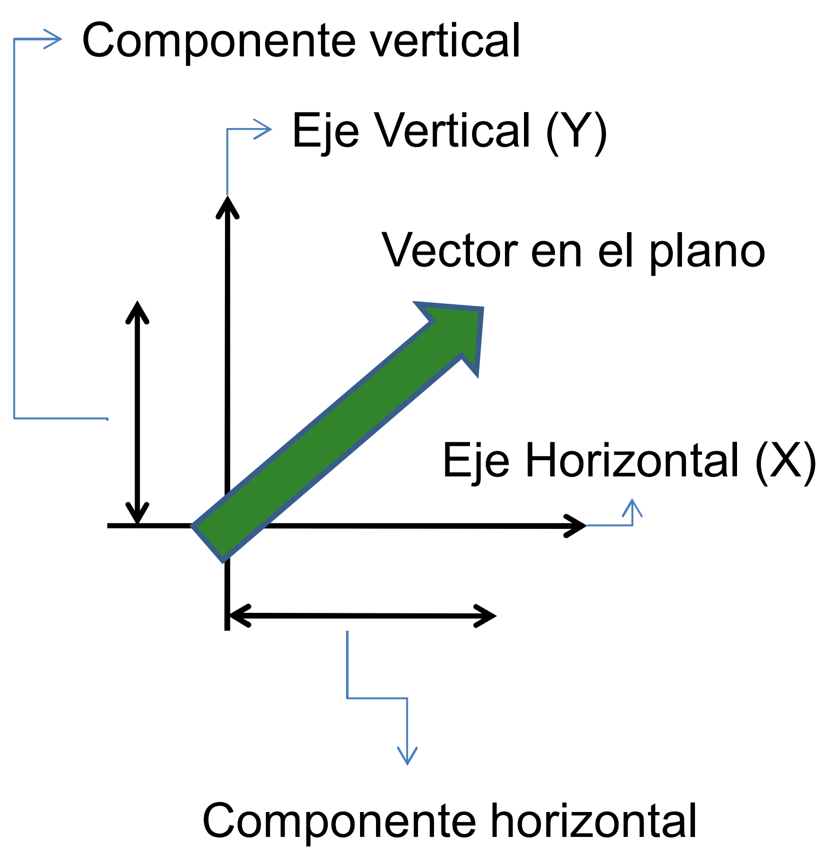
- Al dividir un vector entre su magnitud resulta el vector unitario. Todo vector se puede expresar como su magnitud por un vector unitario que tiene la dirección y sentido del vector.
- Este es un vector adimencional (sin dimensiones), de magnitud uno (1) y que representa la dirección y el sentido del vector original
- El vector unitario del **vector A** se indica con la letra “$\mathbf{u_A}$” o con la letra del vector con un sombrerito arriba (**Â**)

$$\widehat{A} = \overrightarrow{u_A} = \frac{\overrightarrow{A}}{A} \rightarrow \overrightarrow{A} = A \cdot \overrightarrow{u_A}$$



Componentes de un vector (1)

- Todo vector se puede representar como la suma de dos o tres vectores (en el plano o el espacio) perpendiculares entre si.
- La magnitud de cada uno de esos vectores son denominadas componentes rectangulares del vector.
- Las direcciones de los ejes coordenados X,Y,Z, que representan (largo, ancho y alto) se indican con vectores unitarios.



Componentes de un vector (2)

- En el plano podemos señalar

$$\vec{A} = Ax \cdot \hat{i} + Ay \cdot \hat{j}$$

$$donde$$

$$Ax = A \cdot cos\,(\theta) \;\; y \;\; Ay = A \cdot sen\,(\theta)$$

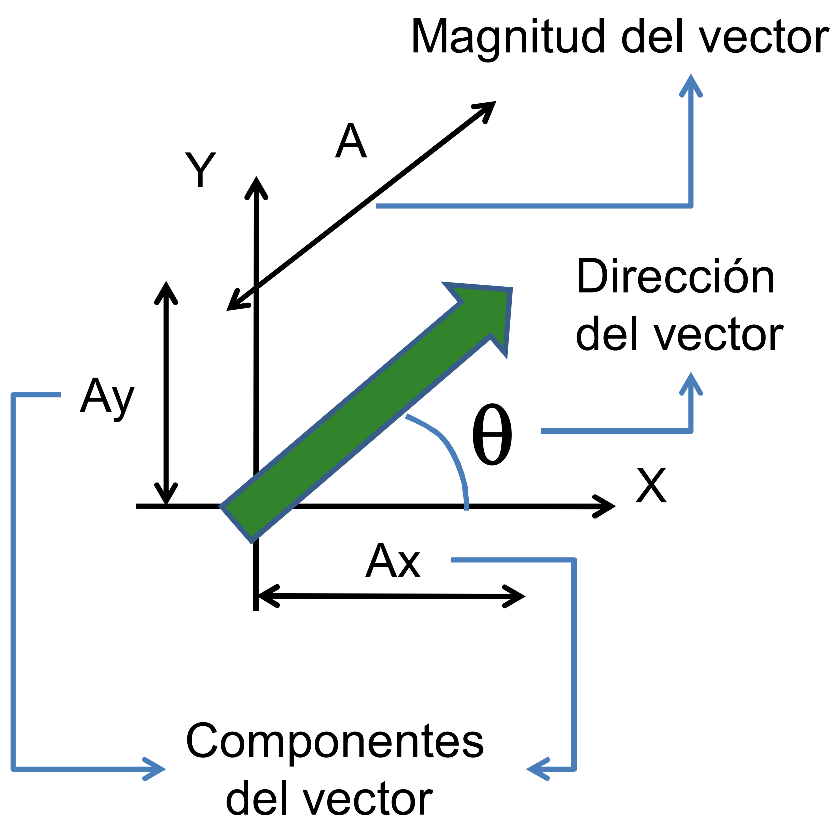
$$A = +\sqrt{(Ax)^2 + (Ay)^2} \;\; y \;\; tang(\theta) = \frac{Ay}{Ax}$$

$$siendo$$

$$\hat{i} = \vec{u_x} = vector\ unitario\ en\ X$$

$$\hat{j} = \vec{u_y} = vector\ unitario\ en\ Y$$

$$\hat{k} = \vec{u_z} = vector\ unitario\ en\ Z$$



Uso de las componentes de un vector en la suma y resta

sean dos vectores $\overrightarrow{A}$ *y* $\overrightarrow{B}$

expresados en sus componentes

$$\overrightarrow{A} = Ax \cdot \hat{i} + Ay \cdot \hat{j}$$

$$\overrightarrow{B} = Bx \cdot \hat{i} + By \cdot \hat{j}$$

entonces

$$\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B} = (Ax + Bx) \cdot \hat{i} + (Ay + By) \cdot \hat{j}$$

$$\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} = (Ax - Bx) \cdot \hat{i} + (Ay - By) \cdot \hat{j}$$

$$\overrightarrow{B} - \overrightarrow{A} = (Bx - Ax) \cdot \hat{i} + (By - Ay) \cdot \hat{j}$$

Uso de las componentes de un vector en la multiplicación escalar-vector

$$\text{sea un vector } \overrightarrow{A} = Ax \cdot \hat{i} + Ay \cdot \hat{j}$$

$$y\ 'a'\ \text{es un escalar}$$

$$\text{su producto es otro vector } \overrightarrow{B} = Bx \cdot \hat{i} + By \cdot \hat{j}$$

$$\text{tal que} \;:$$

$$\overrightarrow{B} = a \cdot \overrightarrow{A} = (a \cdot Ax) \cdot \hat{i} + (a \cdot Ay) \cdot \hat{j} = Bx \cdot \hat{i} + By \cdot \hat{j}$$

$$\text{donde} \;:$$

$$Bx = a \cdot Ax$$

$$By = a \cdot Ay$$

Ejemplos de operaciones con vectores

$$\vec{A} = 3 \cdot \hat{i} + 2 \cdot \hat{j} - 4 \cdot \hat{k}$$

$$\vec{B} = -1 \cdot \hat{i} + 0 \cdot \hat{j} + 5 \cdot \hat{k}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = [3 - 1] \cdot \hat{i} + [2 + 0] \cdot \hat{j} + [-4 + 5] \cdot \hat{k}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = 2 \cdot \hat{i} + 2 \cdot \hat{j} + 1 \cdot \hat{k}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = [3 - (-1)] \cdot \hat{i} + [2 - 0] \cdot \hat{j} + [-4 - 5] \cdot \hat{k}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = 4 \cdot \hat{i} + 2 \cdot \hat{j} - 9 \cdot \hat{k}$$

$$\vec{B} - \vec{A} = [-1 - 3] \cdot \hat{i} + [0 - 2] \cdot \hat{j} + [5 - (-4)] \cdot \hat{k}$$

$$\vec{B} - \vec{A} = 4 \cdot \hat{i} - 2 \cdot \hat{j} + 9 \cdot \hat{k}$$

$$3 \cdot \vec{A} = 3 \cdot 3 \cdot \hat{i} + 3 \cdot 2 \cdot \hat{j} + 3 \cdot (-4) \cdot \hat{k}$$

$$3 \cdot \vec{A} = 9 \cdot \hat{i} + 6 \cdot \hat{j} - 12 \cdot \hat{k}$$

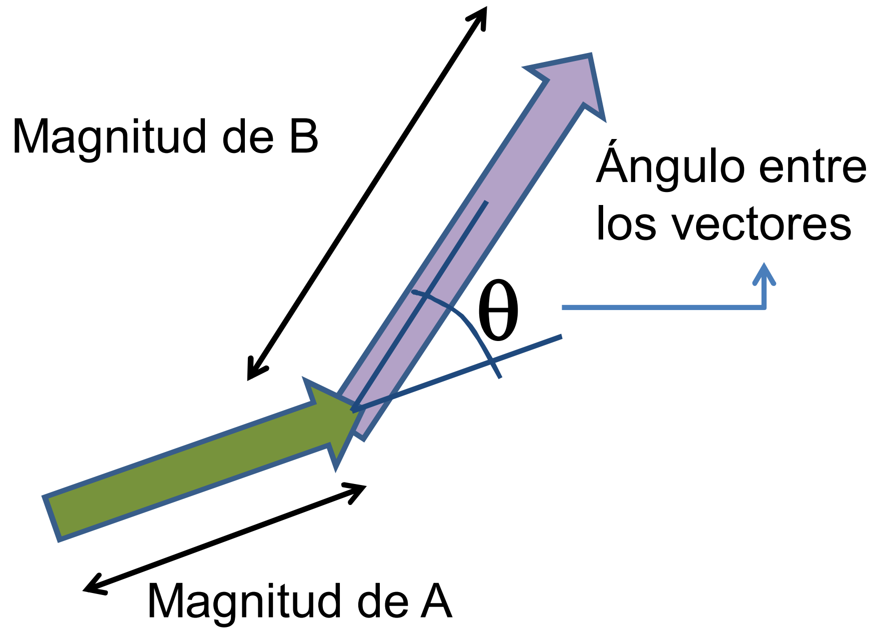
$$-2 \cdot \vec{B} = (-2) \cdot (-1) \cdot \hat{i} + (-2) \cdot 0 \cdot \hat{j} + (-2) \cdot 5 \cdot \hat{k}$$

$$-2 \cdot \vec{B} = 2 \cdot \hat{i} + 0 \cdot \hat{j} - 10 \cdot \hat{k}$$

Producto escalar entre vectores (1)

- Se llama también **producto punto entre vectores** o **producto interno**

- Es una operación que mide la ortogonalidad (perpendicularidad) entre dos vectores, **el resultado de esta multiplicación de vectores es un escalar (número)** definido por: **el producto de las magnitudes de los vectores por el coseno del ángulo entre los vectores.**



Producto escalar entre vectores (2)

$$\textit{por definición}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \left|\vec{A}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot \cos(\theta)$$

$$\textit{usando componentes}$$

$$\textit{caso : vectores en el plano}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = Ax \cdot Bx + Ay \cdot By$$

$$\textit{caso : vectores en el espacio}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = Ax \cdot Bx + Ay \cdot By + Az \cdot Bz$$

- **Cuando los vectores son perpendiculares el resultado de su producto escalar es cero**

- Mientras más paralelos son los vectores el resultado se aproxima más al producto de las magnitudes de los vectores
- Mientras más antiparalelos los vectores el resultado se aproxima al producto negativo de las magnitudes de los vectores

Producto vectorial entre vectores (1)

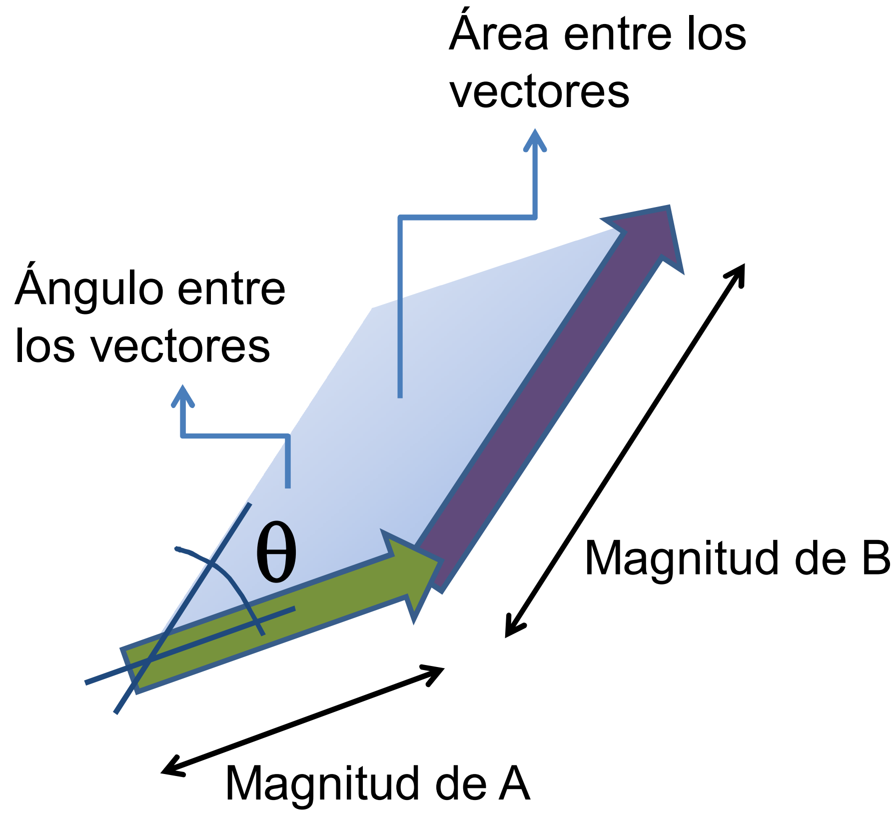
- Este producto se conoce también como producto cruz entre vectores y **da por resultado un vector que ha de tener magnitud, dirección y sentido**
- Este producto sólo existe para vectores en el espacio tridimensional
- **Nota:** Al igual que el producto escalar sirve para medir la perpendicularidad de los vectores
- **Cuando los vectores son paralelos o anti-paralelos el resultado de su producto vectorial es cero**
- Mientras más perpendiculares son los vectores el resultado se aproxima más al producto de las magnitudes de los vectores

Producto vectorial entre vectores (2)

- La magnitud del vector resultante en el producto vectorial de vectores es igual a la multiplicación de las magnitudes de los vectores por el seno del ángulo entre los vectores

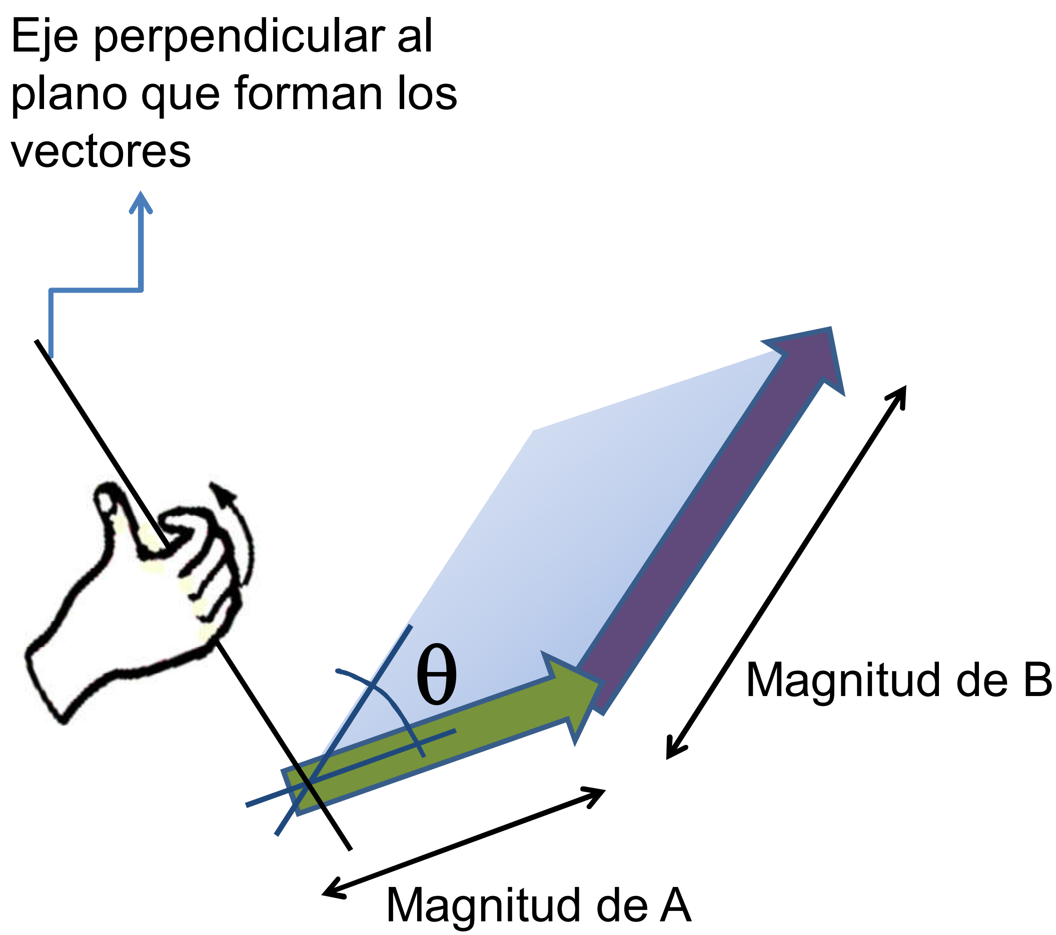
$$\left|\vec{A} \times \vec{B}\right| = \left|\vec{A}\right| \cdot \left|\vec{B}\right| \cdot \mathrm{sen}(\theta)$$

- **El resultado** matemático **es el área del paralelogramo que forman los vectores**, <u>por ello el área se considera en física una cantidad vectorial</u>



Producto vectorial entre vectores (3)

- **La dirección** es el eje perpendicular al plano formado por los dos vectores
- **El sentido** obedece a la ***Regla de la Mano Derecha:*** se ponen los dedos apuntado a la dirección de primer vector y se cierran en la dirección del segundo, el sentido lo indica la dirección del pulgar



Producto vectorial entre vectores (4)
(usando componentes de los vectores)

- Viene dado por la resolución del determinante de tres x tres siguiente:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ Ax & Ay & Az \\ Bx & By & Bz \end{vmatrix}$$

- A diferencia del producto escalar de vectores, la multiplicación vectorial entre vectores no es conmutativa, dado que el sentido varía según el orden de los vectores

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

Ejemplos de multiplicación de vectores

$$\vec{A} = 3\cdot\hat{i} + 2\cdot\hat{j} - 4\cdot\hat{k}$$

$$\vec{B} = -1\cdot\hat{i} + 0\cdot\hat{j} + 5\cdot\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{A}\cdot\vec{B}} = [3\cdot(-1)] + [2\cdot 0] + [(-4)\cdot 5] = \boxed{-23}$$

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & -4 \\ -1 & 0 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\hat{i}\cdot 2\cdot 5\right] + \left[\hat{j}\cdot -4\cdot -1\right] + \left[\hat{k}\cdot 3\cdot 0\right]$$
$$-\left[\hat{k}\cdot 2\cdot -1\right] - \left[\hat{j}\cdot 3\cdot 5\right] - \left[\hat{i}\cdot -4\cdot 0\right]$$

$$\boxed{\vec{A}\times\vec{B} = 10\cdot\hat{i} - 11\cdot\hat{j} + 2\cdot\hat{k}}$$