# La naturaleza del Movimiento

## Introducción a la mecánica clásica

Prof. R. Nitsche C.

Física Medica – UDO Bolívar

# Física

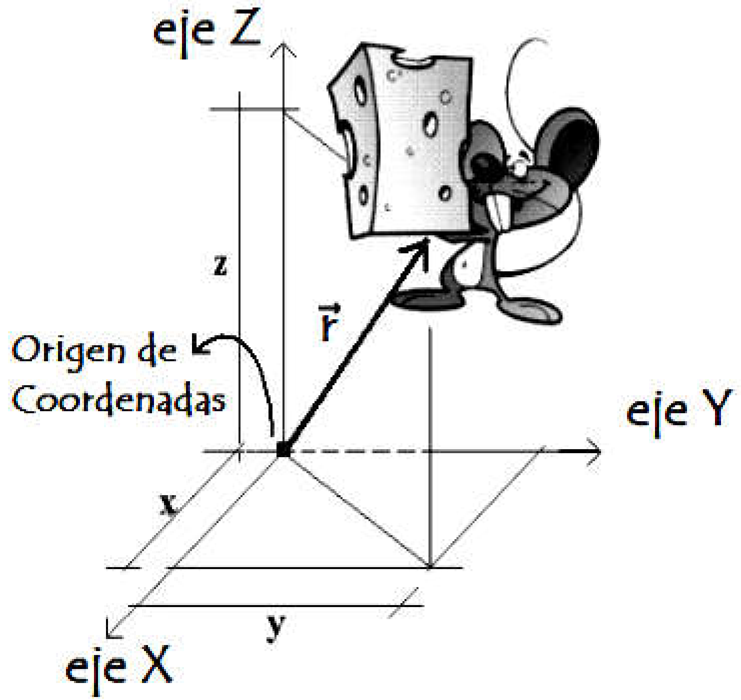
- La **física** es la ciencia que estudia las interacciones de la materia, la energía, el espacio y el tiempo.
- La **química** se diferencia de la **física** porque la química  estudia las interacciones donde ocurren cambios químicos de la materia (por ejemplo Hidrogeno y oxigeno interaccionan químicamente y forman agua)

# Mecánica

- La ***Mecánica*** es la rama de la ***Física*** que estudia el movimiento y sus causas
- Se compone de la ***Cinemática*** que estudia el aspecto descriptivo del movimiento, la ***Estática*** que busca las causas del 'no movimiento' y finalmente la ***Dinámica*** que estudia las causas del movimiento de los cuerpos

# Posición

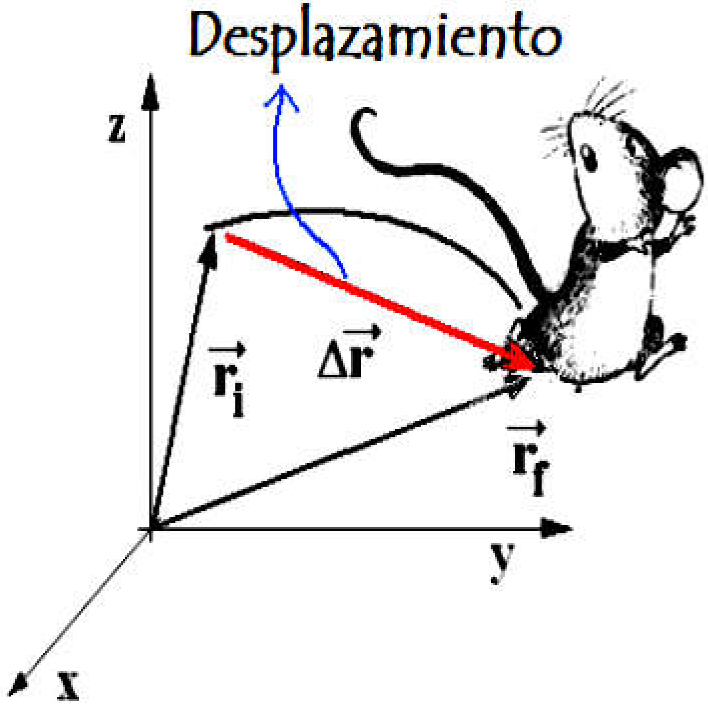
- La ***posición*** es el punto en el espacio donde se encuentra un cuerpo.
- Generalmente la podemos definir con tres números, que representan las distancias perpendiculares (largo, ancho y alto = (x,y,z)) a un punto considerado fijo llamado ***origen de coordenadas***
- En forma vectorial tenemos que la posición es:




$$\vec{r} = x \cdot \hat{i} + y \cdot \hat{j} + z \cdot \hat{k}$$

# Desplazamiento

- Se define como ***desplazamiento*** al *cambio de posición de un cuerpo*.




$$\Delta \vec{r} = \vec{r_f} - \vec{r_i} = \Delta x \cdot \hat{i} + \Delta y \cdot \hat{j} + \Delta z \cdot \hat{k}$$

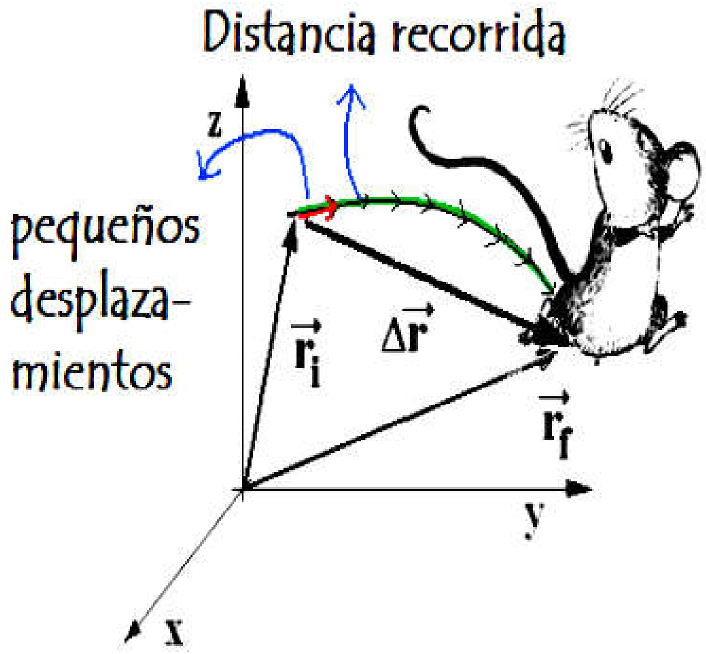
- Es también  la suma de los distintos desplazamientos individuales que pueda tenar un cuerpo.

$$\Delta \vec{r} = \Delta \vec{r_1} + \Delta \vec{r_2} + \Delta \vec{r_3} + \ldots = \sum \Delta \vec{r_i}$$

# Distancia recorrida

- Es la longitud que un cuerpo se ha desplazado, medida a lo largo del camino recorrido; y **es una cantidad escalar**

- La **distancia recorrida** no es igual a la magnitud del desplazamiento total realizado, sino a la suma de las magnitudes de los distintos desplazamientos realizados




$$s = \left|\Delta\vec{r_1}\right| + \left|\Delta\vec{r_2}\right| + \left|\Delta\vec{r_3}\right| + \ldots = \sum\left|\Delta\vec{r_i}\right|$$

$$s = s_1 + s_2 + s_3 + \ldots = \sum s_i$$

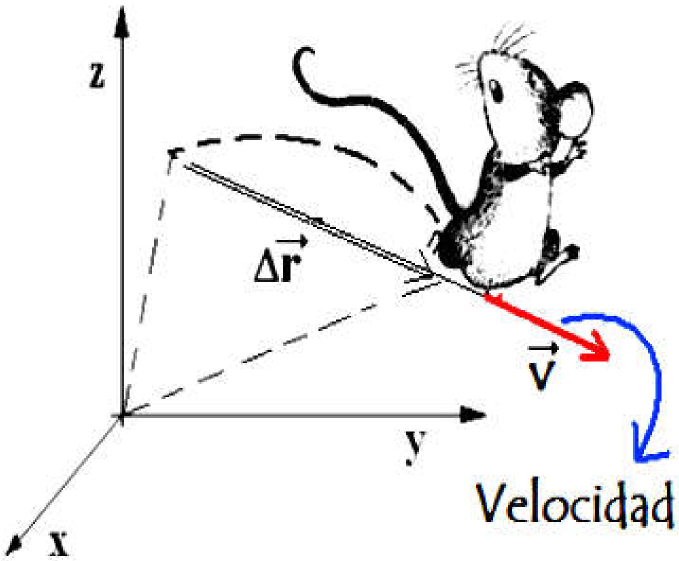
# Tiempo transcurrido


- Magnitud física con la que medimos la duración o separación de acontecimientos; y permite ordenar los sucesos en secuencias, estableciendo un pasado y un futuro.
- En mecánica clásica se llama "presente" a los eventos que ocurren simultáneos (al mismo tiempo).
- El tiempo se mide por intervalos, esto es como variaciones de tiempo:

$$\Delta t = t_{final} - t_{inicial}$$

# Rapidez y Velocidad

- **La rapidez** *es la razón con la que cambia la distancia en función del tiempo*
- **La velocidad** *es la razón con la que cambia el desplazamiento en función del tiempo*
- Ambos se miden en distancias/tiempo, pero el primero es un escalar y el segundo es un vector
- La dirección y sentido del vector velocidad es apuntando hacia donde se mueve el cuerpo
- La magnitud de la velocidad no es necesariamente igual a la rapidez

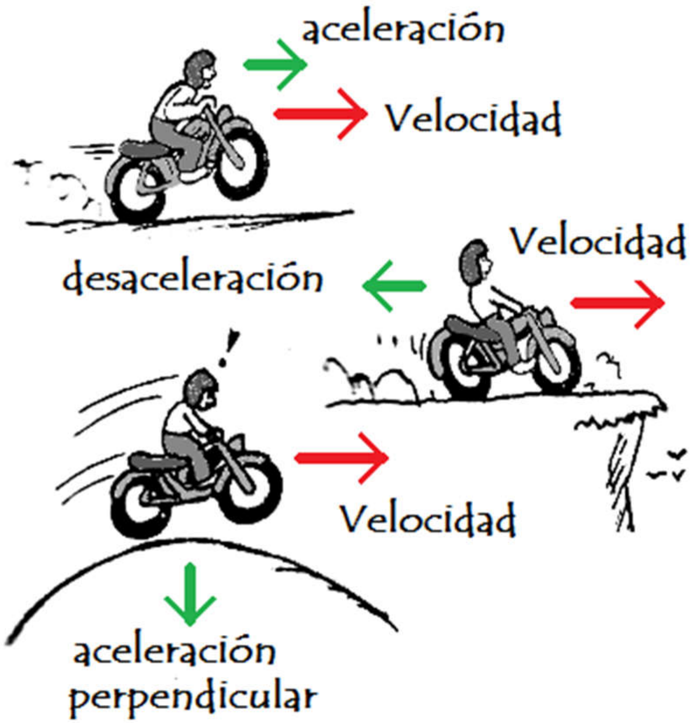



$$\text{Rapidez } (v) = \frac{\text{distancia recorrida (s)}}{\text{tiempo transcurrido } (\Delta t)}$$

$$\text{Velocidad } (\vec{v}) = \frac{\text{desplazamiento } (\Delta \vec{r})}{\text{tiempo transcurrido } (\Delta t)}$$

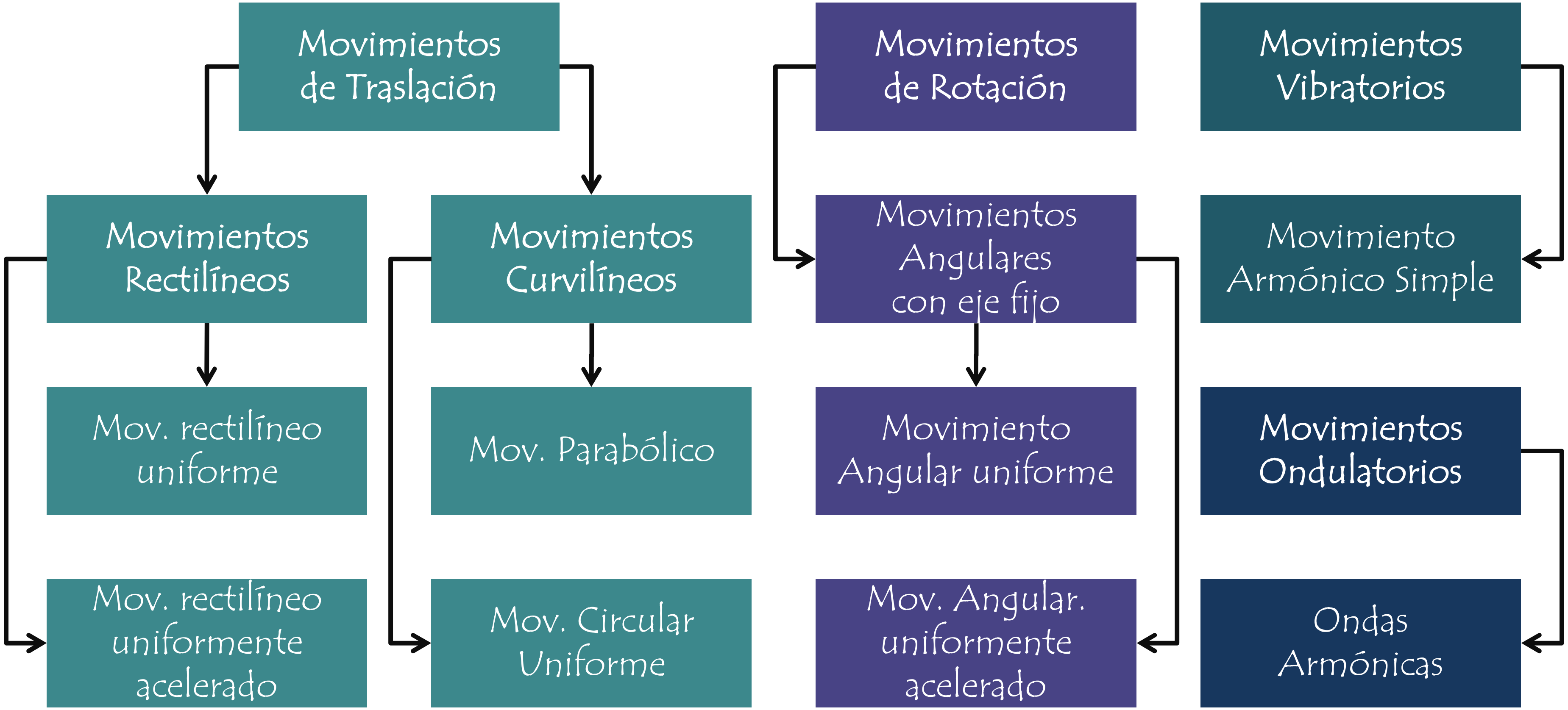
# Aceleración

- **La aceleración** *es la razón con la que cambia la velocidad en función del tiempo*
- El cambio de velocidad puede ser: aumentando (acelerando) o disminuyendo su magnitud (desacelerando), o cambiando la dirección de la velocidad.
- El vector aceleración es un vector que siempre apunta hacia dentro de la curva del movimiento (salvo en los casos de movimientos rectilíneos, donde es paralela o antiparalela al vector velocidad)




$$\text{Aceleración } (\vec{a}) = \frac{\text{cambio de velocidad } (\Delta \vec{v})}{\text{tiempo transcurrido } (\Delta t)}$$

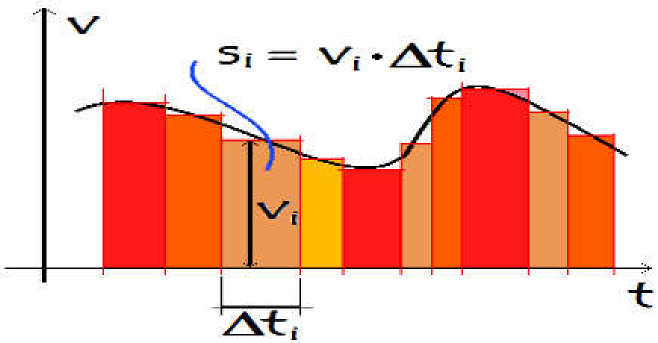
# Algunos tipos de movimientos



# Movimientos de Traslación

- Aquellos movimientos donde el objeto cambia de posición en el espacio.
- El objeto puede ser una **partícula** (sin dimensiones físicas) o un **sistema de partículas** (que tiene volumen)
- La descripción de la forma de traslación de un cuerpo obedece principalmente a la relación entre la velocidad del cuerpo y su aceleración

# La Rapidez Promedio




- Aunque el velocímetro de un carro marque rapideces distintas en cada tramo de una vía, la **rapidez promedio** es el resultado de dividir la distancia total recorrida en el tiempo transcurrido

$$s = s_1 + s_2 + s_3 + \ldots = \sum s_i$$

$$s = v_1 \cdot \Delta t_1 + v_2 \cdot \Delta t_2 + v_3 \cdot \Delta t_3 + \ldots = \sum v_i \cdot \Delta t_i$$

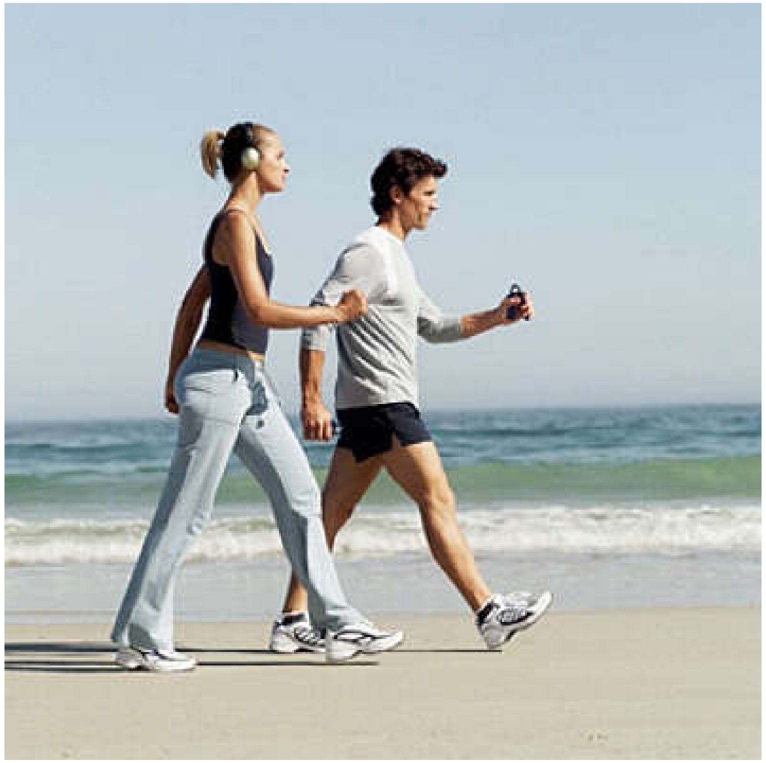
$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \ldots = \sum \Delta t_i$$

$$\boxed{v_{prom} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \cdot \sum v_i \cdot \Delta t_i}$$

# Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

- Es un movimiento donde **la velocidad permanece constante** (no cambia ni en magnitud, ni en dirección)
- **La aceleración que posee el cuerpo es por tanto nula**

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow x_f = x_i + v \cdot \Delta t$$



# Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA)

- Es un movimiento donde **la aceleración permanece constante** (no cambia ni en magnitud, ni en dirección)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow v_f = v_i + a \cdot \Delta t$$

$$v_{prom} = \frac{v_i + v_f}{2}$$

$$\Delta x = v_{prom} \cdot \Delta t \rightarrow$$

$$x_f = x_i + v_i \cdot \Delta t + \frac{a}{2} \cdot \Delta t^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$$

# Aceleración Tangente

- Cuando la velocidad y la aceleración tienen la misma dirección, entonces la aceleración se conoce como **aceleración tangente**

$$a_T = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- La aceleración tangente mide la razón de cambio de la magnitud de la velocidad respecto al tiempo, si es positiva la velocidad aumenta su magnitud (acelera), si es negativa la velocidad reduce (desacelera o frena) su magnitud

# Caída Libre

- Es un caso particular del MRUA, la aceleración es la aceleración de la gravedad (**ag**), que en la superficie de la Tierra vale 9,8 m/s$^2$ o 32,2 pies/s$^2$ y apunta hacia abajo (por ello el signo negativo)

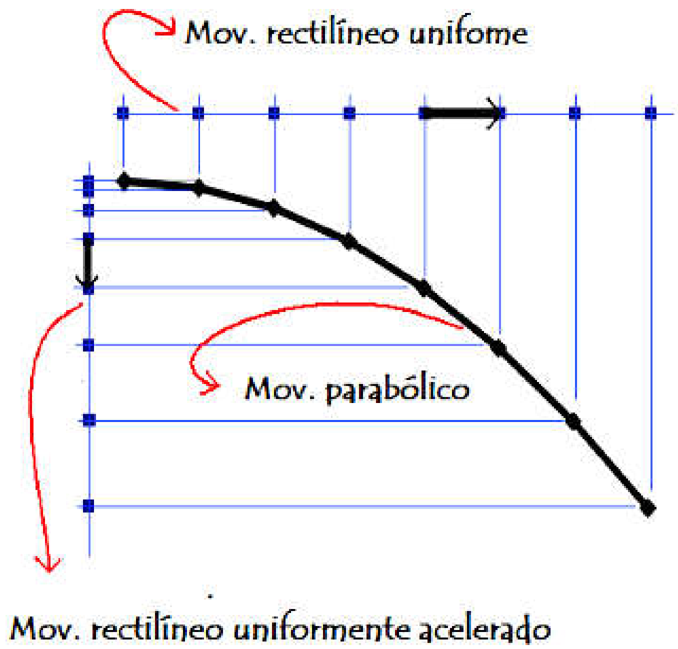
$$v_f = v_i - a_g \cdot \Delta t$$

$$y_f = y_i + v_i \cdot \Delta t - \frac{a_g}{2} \cdot \Delta t^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 - 2 \cdot a_g \cdot \Delta y$$

# Movimiento Parabólico

- Es una combinación de dos movimientos, uno MRU y el otro en MRUA, ambos perpendiculares entre sí.
- Es un movimiento en el plano (X,Y) y a diferencia de los rectilíneos donde se omite el vector, aquí hay que tener presente las dos componentes



# Lanzamiento de proyectiles

- Es el caso donde el MRUA es la caída libre, resulta que:

$$\overrightarrow{r} = x \cdot \hat{i} + y \cdot \hat{j}$$

$$\overrightarrow{v} = v_x \cdot \hat{i} + v_y \cdot \hat{j}$$

$$\overrightarrow{a} = 0 \cdot \hat{i} - ag \cdot \hat{j}$$

donde

$$x_f = x_i + v_x \cdot \Delta t$$

$$y_f = y_i + v_{yi} \cdot \Delta t - \frac{ag}{2} \cdot \Delta t^2$$

$$v_{xf} = v_{xi} = v \cdot \cos(\theta)$$

$$v_{yf} = v_{yi} - ag \cdot \Delta t = v \cdot \mathrm{sen}(\theta)$$

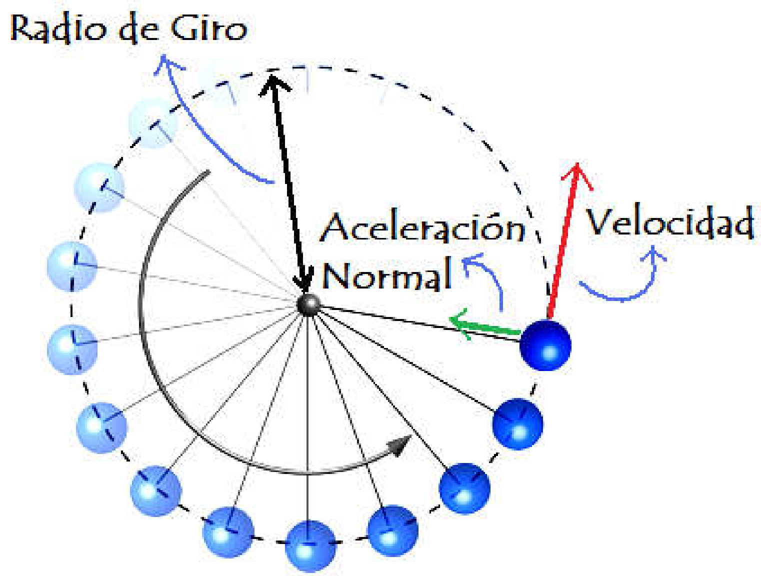
# Movimiento Circular Uniforme (MCU)

- Es un movimiento donde la rapidez es constante, pero la velocidad cambia de dirección contantemente.
- El tiempo que se tarda en dar una vuelta completa se conoce como **Periodo** del movimiento y se denota con “T”
- La distancia entre el punto central del circulo y un punto de la circunferencia descrita en el movimiento se conoce como **Radio de Giro** (R)

# Aceleración Normal

- El cambio de la dirección de la velocidad se debe a una aceleración que es perpendicular a la misma, conocida como **aceleración normal.**
- La magnitud de esta aceleración es proporcional al cuadrado de la rapidez entre el radio de giro

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$



# La Velocidad y su relación con las componentes de la Aceleración

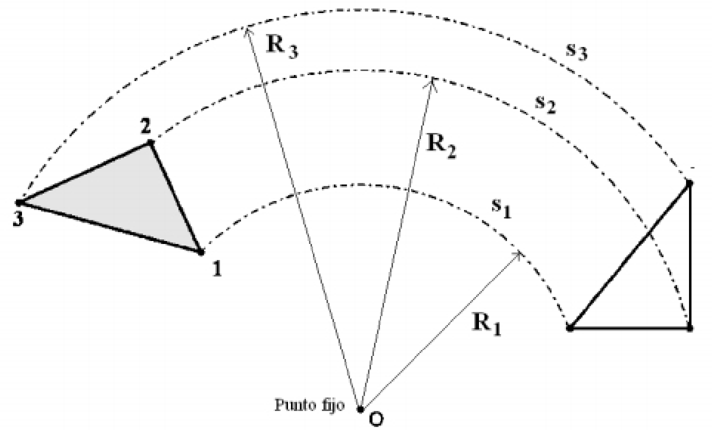
| Ángulo entre la velocidad y la aceleración | Velocidad | Aceleración tangente $a_T = \Delta v/\Delta t$ | Aceleración normal $a_N = v^2/R$ | Tipo de movimiento de traslación |
|---|---|---|---|---|
| 0° | Nula o existe sin variar | Nula | Nula | En reposo o con Mov. Rectilíneo Uniforme |
| 0° | Nula inicial o existe | Positiva | Nula | Mov. Rectilíneo Acelerado |
| Entre 0° y 90° | Existe | Positiva | Existe | Mov. Curvilíneo Acelerado |
| 90° | Existe | Nula | Existe | Mov. Curvilineo (un caso es el MCU) |
| Entre 90° y 180° | Existe | Negativa | Existe | Mov. Curvilíneo desacelerado |
| 180° | Existe | Negativa | Nula | Mov. Rectilíneo desacelerado |

# Movimientos de Rotación

- Aquellos movimientos donde las partículas del cuerpo describen movimientos circulares
- Existen muchos tipos de rotación (por ejemplo la ***rotación alrededor de un eje fijo*** (como el caso de rotación de la Tierra) o ***rotación sobre un punto fijo*** (ejemplo el movimiento de un trompo), así como combinaciones con movimientos de traslación.
- Para estudiar la rotación se requiere definir nuevas cantidades, todas vinculadas a ángulos de giro del cuerpo

# Ángulo de giro (1)

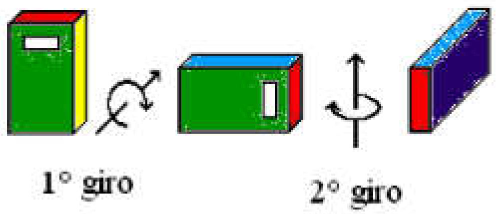
- Cuando un objeto rota alrededor de un eje fijo, cada partícula describe un movimiento circular
- Cada partícula del cuerpo ubicada a un radio (R) del punto fijo (O) recorre una distancia (s)
- El cociente entre la distancia recorrida y el radio de giro para cada partícula define al **ángulo de giro**, que es igual para todas las partículas que rotan en el caso de sólidos y **se mide en radianes.**

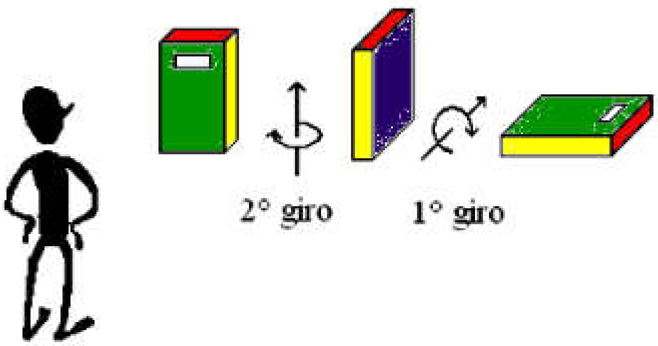



$$\theta = \frac{s_1}{R_1} = \frac{s_2}{R_2} = \frac{s_3}{R_3} = \dots = \frac{s}{R}$$

# Ángulo de giro (2)

- Aunque podemos asociar una dirección (eje de rotación) y un sentido (regla de la mano derecha) al ángulo de giro, **el ángulo de giro no es una cantidad vectorial**, sino escalar, ya que no cumple con  la propiedad de la suma de vectores, esto es que independiente del orden de los giros, el resultado debería ser igual, pero en la figura podemos ver que eso no ocurre

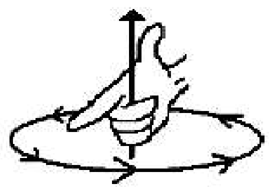


# Velocidad Angular

- Viene dada por la razón del ángulo de giro respecto al tiempo
- A diferencia del ángulo de giro, la velocidad **es una cantidad vectorial**, cuya dirección es el eje de rotación y cuyo sentido lo dicta la regla de la mano derecha, ya que cumple con la suma vectorial

$$\overrightarrow{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \cdot \widehat{u}$$



# Aceleración Angular

- Viene dada por la razón del cambio de velocidad angular respecto al tiempo
- Si el eje de rotación no varía, la aceleración angular tiene igual dirección que la velocidad angular y el sentido (signo) depende si la velocidad angular aumenta o disminuye su magnitud

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$$

# Movimiento Angular Uniforme (MAU)

- Se caracteriza por **que la velocidad angular es constante**

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega \cdot \Delta t$$

# Movimiento Angular Uniforme Acelerado (MAUA)

- Se caracteriza por que la **aceleración angular es constante**

$$\omega_f = \omega_i + a \cdot \Delta t$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i \cdot \Delta t + \frac{a}{2} \cdot \Delta t^2$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta\theta$$

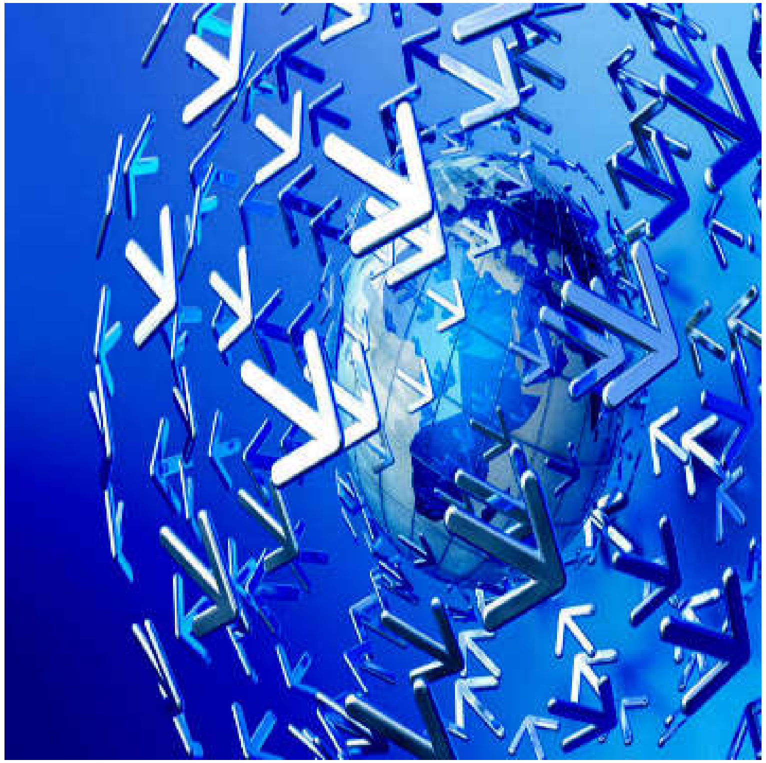
# Relaciones (escalares) entre la traslación de partículas y la rotación de cuerpos

$$\theta = \frac{s}{R} \rightarrow s = \theta \cdot R$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$a_T = \alpha \cdot R$$

$$a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$$



# Leyes del Movimiento


- Una cosa es describir el movimiento y otra es explicar por qué ocurre de una forma y no de otra. Las explicaciones de las causas responden a tres leyes (conocidas como **Leyes de Newton**) y las mismas dependen si trabajamos con partículas o con sistemas de partículas, si hablamos de traslación o de rotación.
- Estas leyes actúan más como axiomas que interactúan entre sí y que se aceptan sin más discusión, por que simplemente funcionan.

# Cantidad de Movimiento o Momentum Lineal

- Una mosca y un camión se mueve a 10 m/s; pero ¿usted a cuál de ambos mosca o camión se atrevería a detener con  la mano?.
- La cantidad  que depende de la masa y la velocidad es conocida como **cantidad de movimiento** o **momentum líneal**. (Momentum = deriva de la palabra latina “movere” mover)

$$\overrightarrow{p} = m \cdot \overrightarrow{v}$$

# Definición de fuerza

- Si ocurre una interacción entre dos o más cuerpos**, la interacción se percibe como un cambio en el movimiento del cuerpo.** La razón de cambio de la cantidad de movimiento respecto al tiempo define el concepto de **la fuerza, que es por tanto una medida de la interacción entre los cuerpos**

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

# Segunda Ley del Movimiento
## (para Partículas)

- En partículas podemos asumir que la masa es constante luego **la fuerza total que actúa sobre la partícula es proporcional a la aceleración que experimenta la partícula, siendo la masa la constante de proporción**. A mayor masa se requiere mayor fuerza para acelerar una partícula.

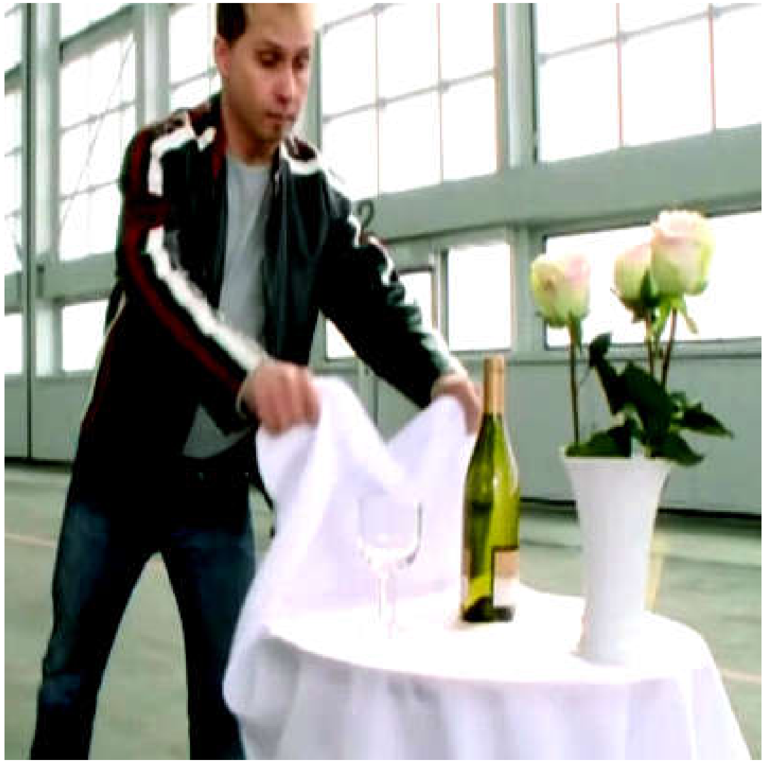
$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta\left[m \cdot \vec{v}\right]}{\Delta t} \rightarrow$$

$$\vec{F} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \rightarrow \boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}}$$

# Primera Ley del Movimiento
## (para Partículas)

- Un caso particular de la 2°ley es **cuando la suma de fuerzas sobre una partícula es nula** (cero), entonces la aceleración es nula y por **tanto la cantidad de movimiento del cuerpo no varia**, esto es que se mueve con movimiento rectilíneo uniforme o está en reposo.

$$\vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{p} = m \cdot \vec{v} = const$$



# La partícula libre

- Si existe una y sólo una partícula en universo, no habría interacción con nada, por tanto la partícula está en reposo o con MRU, y como no existe algo más que esa partícula  no  es posible determinar si se mueve o no.
- Una partícula se conoce como **partícula libre**, cuando no interactúa con nada más en el universo, esto es la suma de fuerzas sobre la misma es nula.
- Un sistema de partículas aislado opera como una partícula libre

# Tercera Ley del Movimiento

- Si sólo hay dos partículas en un sistema aislado, el cambio en su cantidad movimiento debe ser igual y opuesto a la otra para que se mantenga la totalidad del momnetum lineal, por ello las fuerzas (interacción) entre dos partículas deben ser siempre iguales en magnitud  y opuestas en sentido

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}}$$

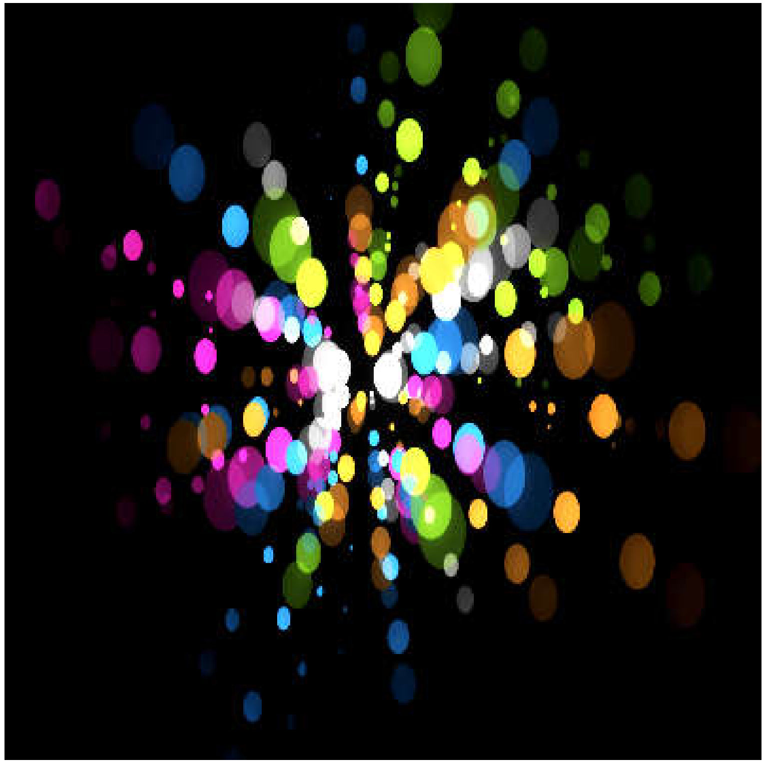
# Las cuatro fuerzas fundamentales (1)

- **La fuerza de gravedad**: atrae a las masas entre si y da forma a las galaxias, estrellas, planetas, hace que la manzana caiga a la Tierra y la luna gire a su alrededor. Es la primera y más intuitiva de todas las grandes fuerzas, la experimentamos todos los días, a cada instante en el peso de los objetos que nos rodean.

# Las cuatro fuerzas fundamentales (2)

- **La fuerza electromagnética:** provocada por la carga eléctrica, forma los átomos y define los enlaces químicos entre las moléculas; por ello define la estructura interna a la materia conocida. Es la responsable de las fuerzas de cohesión y adhesión de la materia y por tanto de la fricción, la viscosidad, la capilaridad, la elasticidad, la resistencia a la tensión, al corte y otros tantos fenómenos físicos macroscópicos.

# Las cuatro fuerzas fundamentales (3)



- **La fuerza nuclear fuerte**: es la que mantiene a los protones y neutrones dentro del núcleo atómico

- **La fuerza nuclear débil:** es la responsable de los procesos de radiación dentro de los núcleos atómicos

# Ejemplos de fuerzas mecánicas

- Las interacciones mecánicas son las más comunes y conocidas, el peso con su acción de empujar los cuerpos hacia la Tierra es la más familiar de todas, otras fuerzas mecánicas son las **fuerzas de tensión, compresión, torsión y flexión**, que estiran o halan un cuerpo, lo comprimen, lo tuercen y lo flexionan.

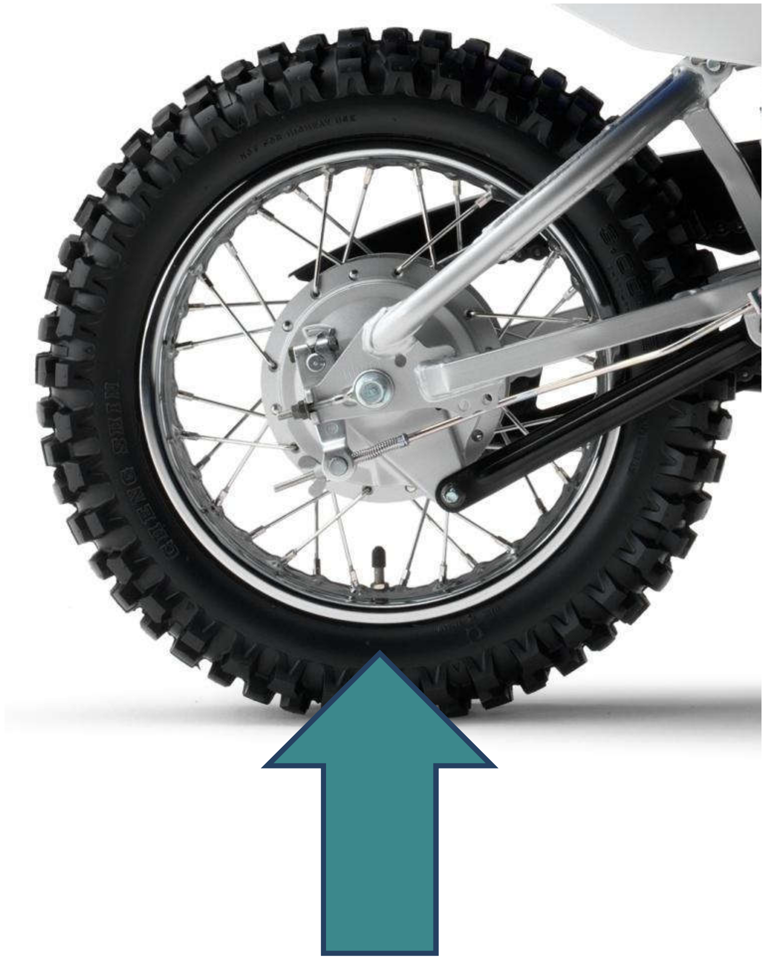
# Fuerza del Peso

- Es la **fuerza de gravedad** que experimenta un cuerpo cerca de la superficie de la Tierra
- Es una fuerza siempre vertical que atrae a los cuerpos con masa hacia abajo, su magnitud es la masa del cuerpo por la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre (9,8 m/s$^2$)

$$F_{peso} = m \cdot ag$$

# Fuerza Normal

- La **fuerza normal**, es la fuerza que impide que un cuerpo se hunda en una superficie; y es siempre perpendicular a la superficie en contacto entre los cuerpos.



# Fuerzas de Fricción

- La **fuerza de fricción** es la que se opone al movimiento de los cuerpos, es el resultado la acción de fuerzas de adhesión y cohesión entre los materiales en contacto. Entre sólidos se conoce como **fuerza de roce** y es proporcional a la fuerza normal entre los cuerpos en contacto y un coeficiente de fricción (*f*).

$$F_{roce} = -f \cdot F_{normal}$$

# Las fuerzas elásticas o restitutivas

- Son **fuerzas elásticas** aquellas fuerzas internas en los cuerpos que tras ser suprimida la fuerza externa que deforma un cuerpo, hacen que el cuerpo recobre su forma original.
- La fuerza elástica es proporcional a la deformación experimentada por el cuerpo, así mientras más se estire el objeto ($\Delta L$), mayor será la fuerza que se oponga (signo negativo) a la deformación.

$$F_{elastica} = -K \cdot \Delta L$$

# El Impulso y las Fuerzas Impulsivas

- Se define como **Impulso** a la variación de la cantidad de movimiento.
- Las fuerzas que actúan en tiempos muy cortos provocando un impulso casi instantáneo y se llaman **fuerzas impulsivas**

$$Impulso = \overrightarrow{I} = \Delta\overrightarrow{p} = \overrightarrow{p_f} - \overrightarrow{p_i}$$

$$\text{si } \Delta t \to 0 \text{ entonces}$$

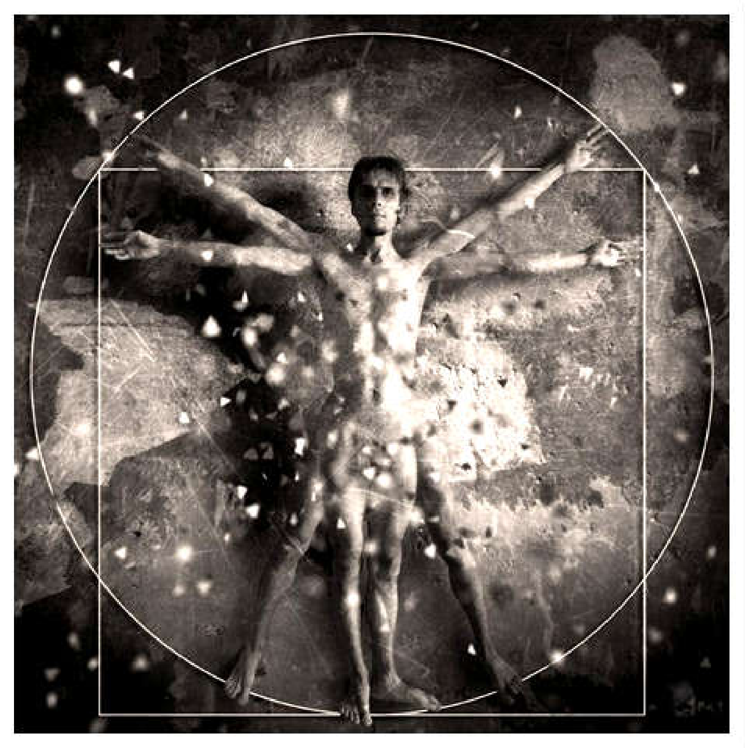
$$\overrightarrow{I} = \overrightarrow{F_{impulsiva}} \cdot \Delta t$$

# Fuerzas centrípetas y centrifugas

- Son las responsables de los movimientos circulares. Cuando un carro toma una curva sentimos que nos empujan en sentido contrario, esa es la **fuerza centrifuga**; pero fuera del carro para tomar la curva se requiere una fuerza que apunte a la curva, aquí se le conoce **fuerza centrípeta.**

# Centro de Masas

- En un sistema de partículas, con "n" número de partículas presentes, cada partícula "i" tiene masa "mi" y está ubicada en una posición (xi,yi,zi) propia; **el centro de masa es un punto en el espacio donde se puede asumir que se encuentra concentrada toda la masa**.
- El peso de cualquier cuerpo actúa en el centro de masas del cuerpo



$$\Sigma m_i \cdot \overrightarrow{r_i} = m_1 \cdot \overrightarrow{r_1} + m_2 \cdot \overrightarrow{r_2} + \ldots = (\Sigma mi) \cdot \overrightarrow{r_{cm}}$$

# Segunda Ley del Movimiento

## (para Sistemas de Partículas)

- Un sistema de partículas interactúa cada partícula con todas las demás del sistema y con las partículas fuera del sistema.
- Por tercera ley las fuerzas dentro del sistema de partículas se anulan entre sí, quedando solo las de interacción del sistema de partículas con el medio, por tanto **las únicas fuerzas a tomar en cuenta son las fuerzas externas al sistema**

$$\sum m_i \cdot \vec{r_i} = m_1 \cdot \vec{r_1} + m_2 \cdot \vec{r_2} + \ldots = (\sum mi) \cdot \overrightarrow{r_{cm}}$$

Su cambio respecto al tiempo trascurrido es

$$\sum m_i \cdot \vec{v_i} = \sum \vec{p_i} = (\sum mi) \cdot \overrightarrow{v_{cm}}$$

El nuevo cambio respecto al tiempo trascurrido es

$$\sum m_i \cdot \vec{a_i} = \sum \vec{F_i} = (\sum mi) \cdot \overrightarrow{a_{cm}}$$

pero las fuerzas en cada partícula son

$$m_i \cdot \vec{a_i} = \sum \overrightarrow{F_{internas\ i}} + \sum \overrightarrow{F_{externas\ i}}$$

Como las fuerzas internas entre todas las partículas del sistema se anulan entre sí entonces resulta que

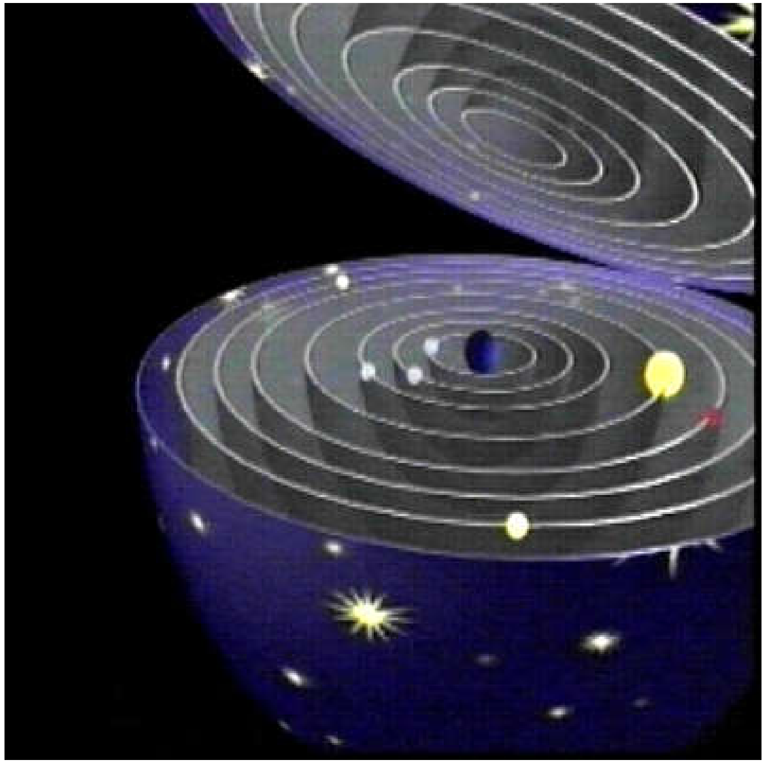
$$\sum \overrightarrow{F_{externas}} = (\sum mi) \cdot \overrightarrow{a_{cm}} \quad (2^o \text{ley para sistemas de partículas})$$

# Principio de Conservación del Momentum Lineal

- Si no hay fuerzas externas, tenemos un sistema de partículas aislado y en este caso no debe variar el **momentum lineal** o **cantidad del movimiento** del sistema, que permanece constante.
- Este principio explica el movimiento de las partículas tras un choque o colisión

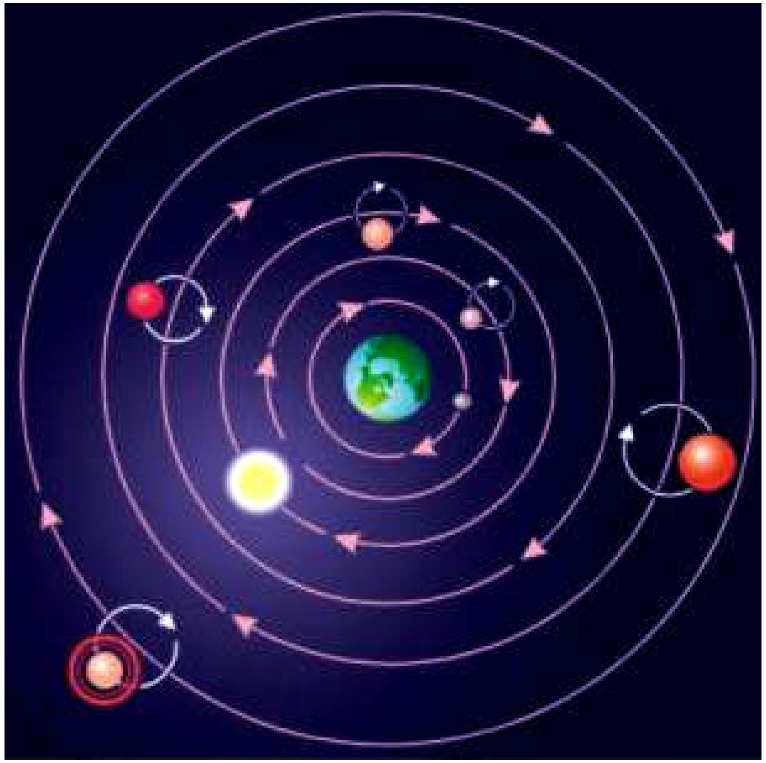
$$\Sigma \overrightarrow{F_{externas}} = \overrightarrow{0} \rightarrow (\Sigma mi) \cdot \overrightarrow{v_{cm}} = \Sigma m_i \cdot \overrightarrow{v_i} = \Sigma \overrightarrow{p_i} = \text{constante}$$

# El movimiento planetario (1)



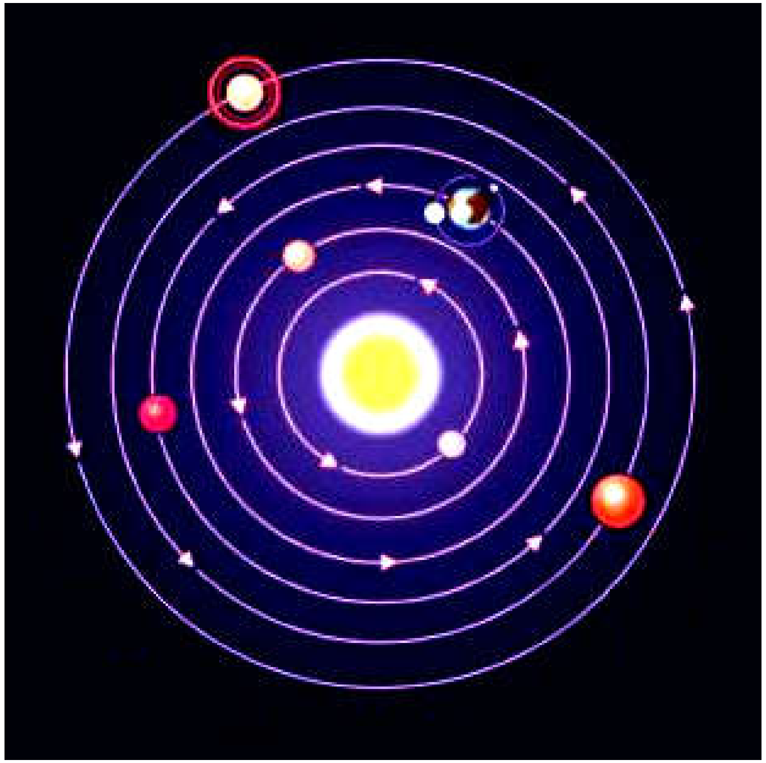
- Cuando la Tierra era considerada por todos el centro del universo conocido; ya que todo cae a la Tierra (caída libre = en línea recta), y los cielos eran gobernados por los dioses, este lugar era ideal y perfecto, así sus cuerpos (Sol, Luna, planetas y estrellas) se movían en círculos alrededor de la Tierra.
- El círculo era para los antiguos la figura geométrica más perfecta.

# El movimiento planetario (2)



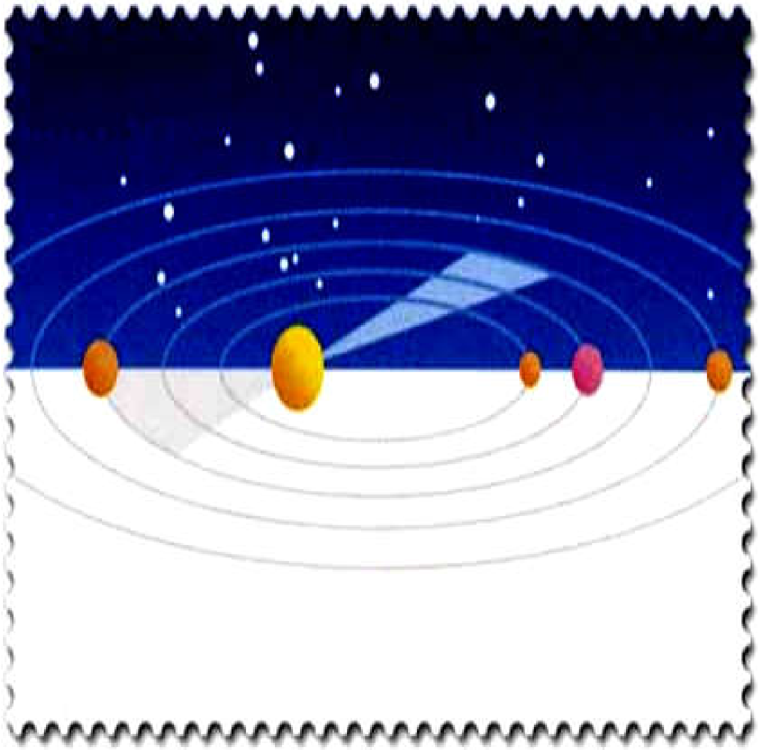
- Pero no todo era perfecto en los cielos, a diferencia del Sol y la Luna, los planetas avanzaban y retrocedían, algo que no era un comportamiento de circular ideal, la solución de Tolomeo (siglo I d.C,) era que los planetas se movían en círculos cuyo centro giraba a su vez en un círculo torno a la Tierra.

# El movimiento planetario (3)



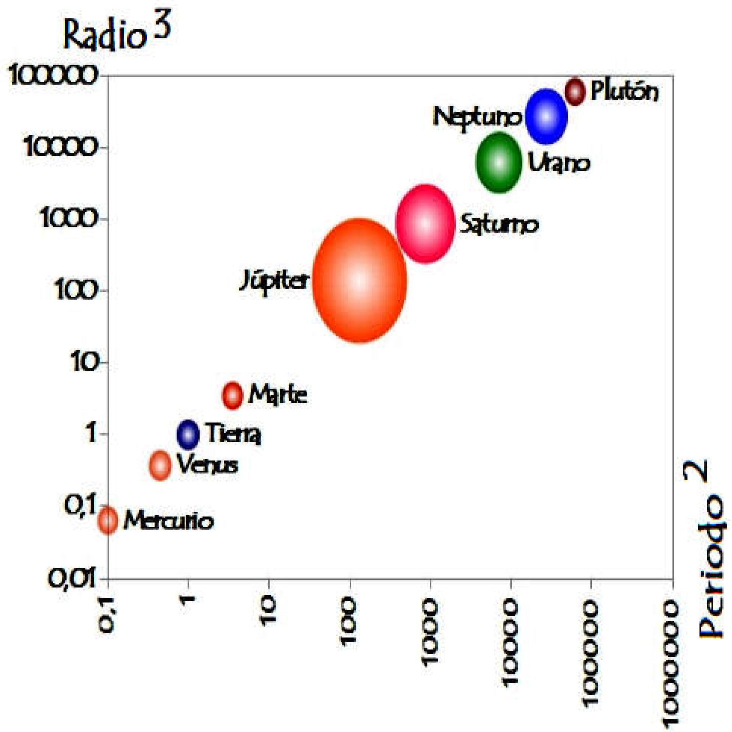
- Hubo que esperar hasta fines el siglo XV para que se plateara una nueva propuesta,  algo radical  para la época y la experiencia ordinaria, el honor fue de un monje polaco, Nicolas Copernico, quien quito a la  Tierra del centro del universo y puso en su lugar al Sol; así salvo la Luna que giraba alrededor de la Tierra todos los demás planetas, incluida la Tierra, se movían (nuevamente) en círculos  alrededor del Sol.

# El movimiento planetario (4)



- Al Inicio del siglo XVII el matemático Johannes Kepler con mediciones más precisas de los planetas plantearía un nuevo modelo para explicar nuevas discrepancias, ello derivo en las tres leyes que llevan su nombre.
- La primera dice que los planetas  no se mueven en círculos, sino en elipses, con el Sol en uno de sus focos. Quitando los círculos ideales de los antiguos finalmente de los cielos.

# El movimiento planetario (5)



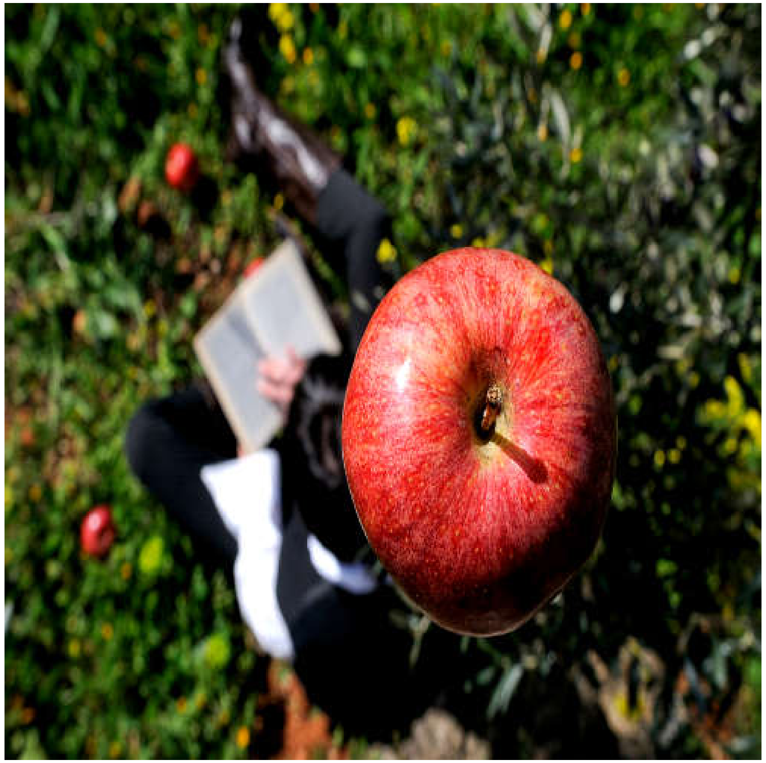

- La segunda de las Leyes de Kepler señala que **los planetas barren áreas iguales en tiempos iguales.**

$$\Delta \text{Área}/\Delta \text{tiempo} = \text{Constante}$$

- La tercera establece que existe una relación proporcional para todos los planetas entre su periodo de traslación al cuadrado y el cubo de la distancia media al Sol.

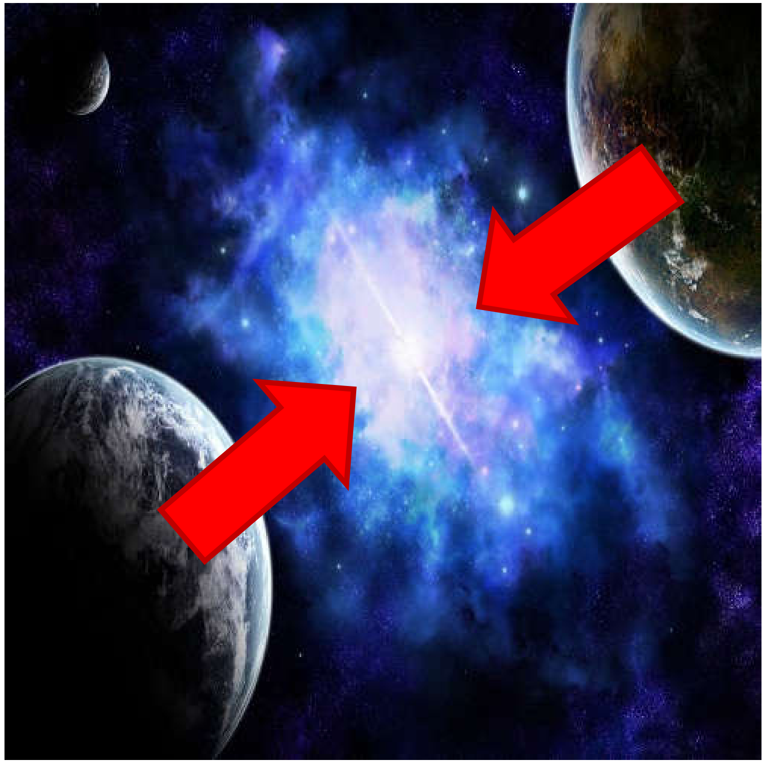
$$\frac{R^3}{T^2} = \text{Constante}$$

# La Ley de la Gravedad (1)



- La explicación de por qué todo esto es así le correspondió a Isaac Newton, para ello requirió no sólo sus tres leyes del movimiento, sino una cuarta ley, la de la **ley de Gravitación Universal**; acompañada de dos cantidades físicas más, el Torque o Momento de una fuerza y la cantidad de momentum angular. Su logro es que no solo pudo explicar el movimiento en la Tierra, sino también en los cielos, todo con las mismas leyes universales

# La Ley de la Gravedad (2)



- La manzana y la Luna son atraídas por la Tierra obedeciendo la **ley de la Gravitación Universal,** en ella todas las masas (**$m_1$** y **$m_2$**) se atraen entre sí en forma proporcional  al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (**r**) que separa sus centros de masa; actuando en la dirección de la línea que une ambos centros de masa.

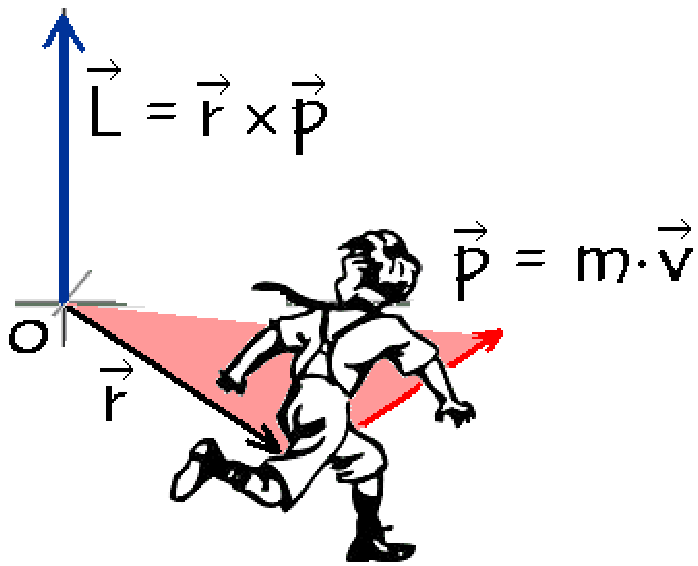
$$F_{gravedad} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \; ((N \cdot m^2)/kg^2)$$

la constante de Gravitación Universal

# Momentum Angular

- Todo cuerpo que se mueve en el espacio tiene velocidad, y por tanto asociada una cantidad de movimiento (momentum lineal)
- El producto vectorial entre la posición del cuerpo y la respectiva cantidad de movimiento define al **momentum angular** del objeto.



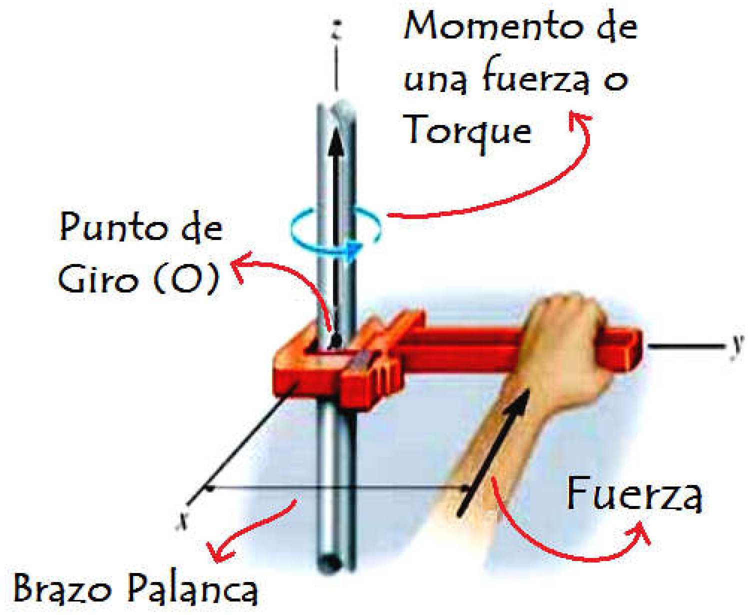

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v}$$

# Torque o Momento de una Fuerza

- El producto vectorial de la posición y la fuerza se conoce como **Torque o Momento de una fuerza**.

$$\overrightarrow{M_o} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times m \cdot \vec{a}$$

- Su magnitud es igual a multiplicar la fuerza por el **brazo palanca**, que es la distancia perpendicular entre el punto de giro (O) y la fuerza aplicada




$$M_o = r \cdot F \cdot sen(\theta) = F \cdot b$$

$$b = r \cdot sen(\theta) = brazo\ \ palanca$$

# Conservación del Momentum Angular (1)

- El torque es igual al cambio del momentum angular respecto al tiempo. Si no hay un torque actuando sobre una partícula entonces debe ocurrir que el momentum angular es contante.
- No existe torque sobre un cuerpo en dos condiciones, la primera es que la fuerza total sobre la partícula sea nula (MRU); la segunda que los vectores posición y fuerzas sean paralelos o antiparalelo (un ejemplo el MCU)

$$\overrightarrow{M_o} = \frac{\Delta \overrightarrow{L}}{\Delta t} \rightarrow \text{ si } \overrightarrow{M_o} = 0 \rightarrow \overrightarrow{L} = \text{ constante}$$

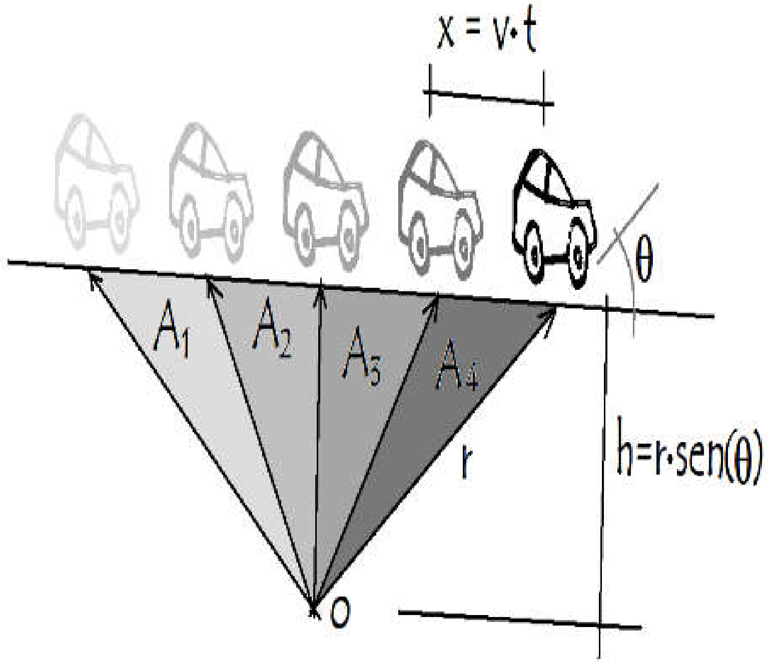
$$M_o = r \cdot F \cdot sen\,(\theta)$$

$$Mo = 0 \text{ si y solo si } F = 0 \text{ ó cuando}$$

$$sen\,(\theta) = 0 \rightarrow \overrightarrow{r} \text{ y } \overrightarrow{F} \text{ son paralelos o antiparalelos}$$

# Conservación del Momentum Angular (2)

- En un MRU el carro recorre distancias iguales en tiempos iguales ($x = v \cdot \Delta t$); el vector posición (r) barre áreas triangulares ($A = x \cdot h/2$); si el momentum angular se conserva debe ocurrir:




$$L = r \cdot m \cdot v \cdot sen(\theta) = const$$

$$L = m \cdot \left[\frac{x}{t}\right] \cdot [r \cdot sen(\theta)] = m \cdot \left[\frac{x}{t}\right] \cdot h$$

como : $Area = \dfrac{x \cdot h}{2}$ tenemos:

$$L = m \cdot \frac{2 \cdot Area}{t} \rightarrow \frac{L}{2 \cdot m} = \frac{Area}{t} = const$$

# Conservación del Momentum Angular (3)

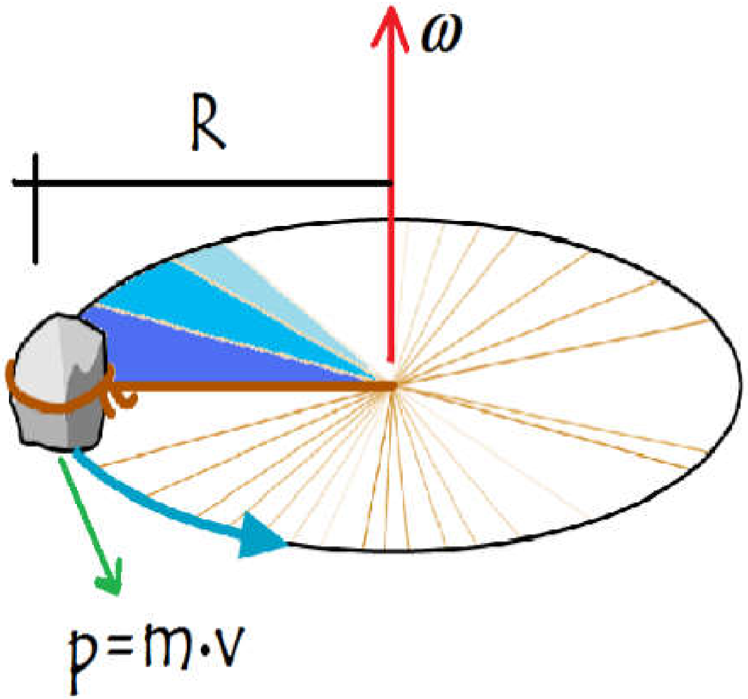
- En un MCU la fuerza que actúa es la fuerza centrípeta, que tiene la misma dirección, pero sentido contrario a vector posición. Como se debe conservar el momentum angular ocurre:

$$L = m \cdot v \cdot R = m \cdot [\omega \cdot R] \cdot R = const$$

como : $\omega = \dfrac{2\pi}{t}$

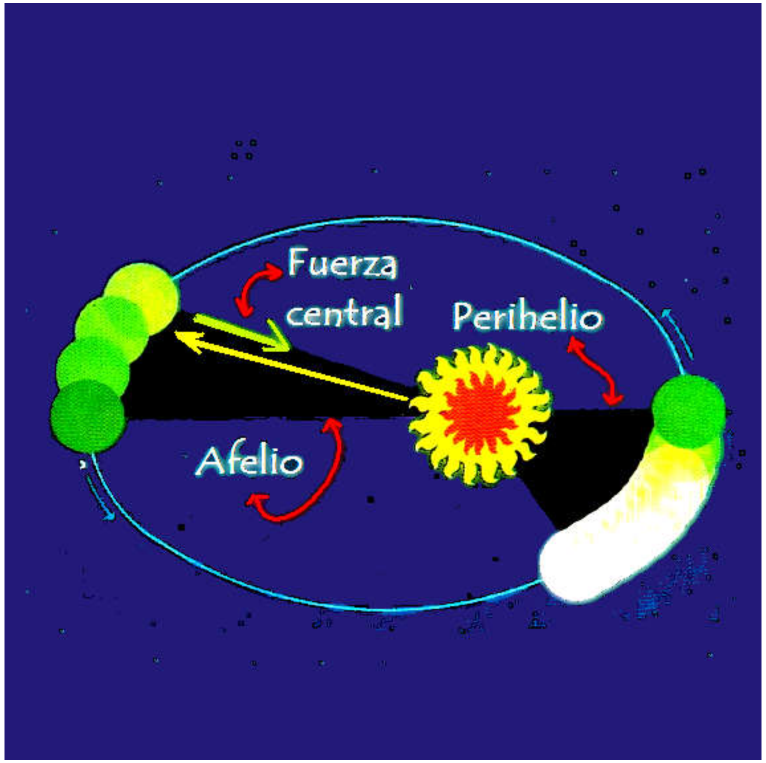
y : $Area = \pi \cdot R^2$ entonces

$$L = m \cdot \frac{2 \cdot Area}{t} \rightarrow \frac{L}{2 \cdot m} = \frac{Area}{t} = const$$



# Fuerzas Centrales

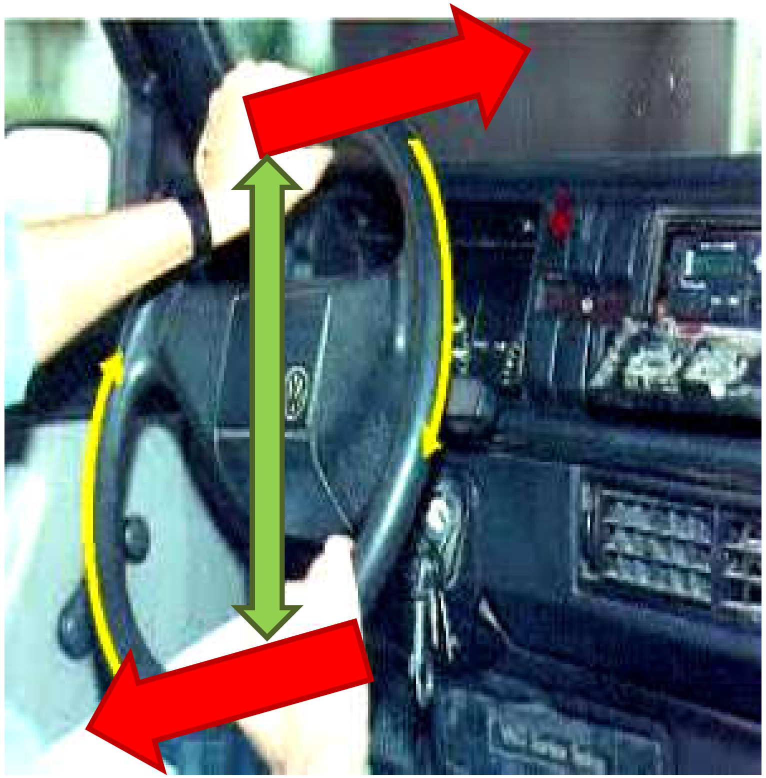
- Cuando se conserva el momentum angular ocurre siempre que la relación **Area/t = const**; y ello es lo señalado en la segunda ley de Kepler.
- En los planetas ocurre que el torque es nulo porque la fuerza apunta siempre en la misma dirección (sentido opuesto) que el vector posición.
- Son **fuerzas centrales** aquellas donde se presenta esta situación (fuerzas de gravedad y eléctricas).



# El Torque (par de fuerzas) como causa de la Rotación

- Los cambios en el movimiento son consecuencia de las fuerzas cuando actúan sobre los cuerpos; pero **cuando actúan dos fuerzas iguales en magnitud y opuestas sentido, el resultado neto** no **es** una traslación, sino **una rotación**.

- El torque, o momento de un par de fuerzas, que el igual a la magnitud de una de las fuerzas multiplicado por la distancia perpendicular que separa las fuerzas.



$$Mo = Fuerza \cdot brazo\ palanca$$

# Torque en Sistemas de Partículas

(Segunda Ley para la rotación)

$$\overrightarrow{M_{oi}} = \vec{r} \times m_i \cdot \vec{a} \rightarrow$$

$donde\ :$

$$M_{oi} = R_i \cdot m_i \cdot a_{Ti} \rightarrow$$

$$M_{oi} = R_i \cdot m_i \cdot R_i \cdot \alpha$$

$como\ :$

$$M_o = \sum M_{oi} = \sum m_i \cdot R_i^2 \cdot \alpha$$

$sea\ :$

$$I = \sum m_i \cdot R_i^2$$

$$M_o = I \cdot \alpha \rightarrow \boxed{\overrightarrow{M_o} = I \cdot \vec{\alpha}}$$

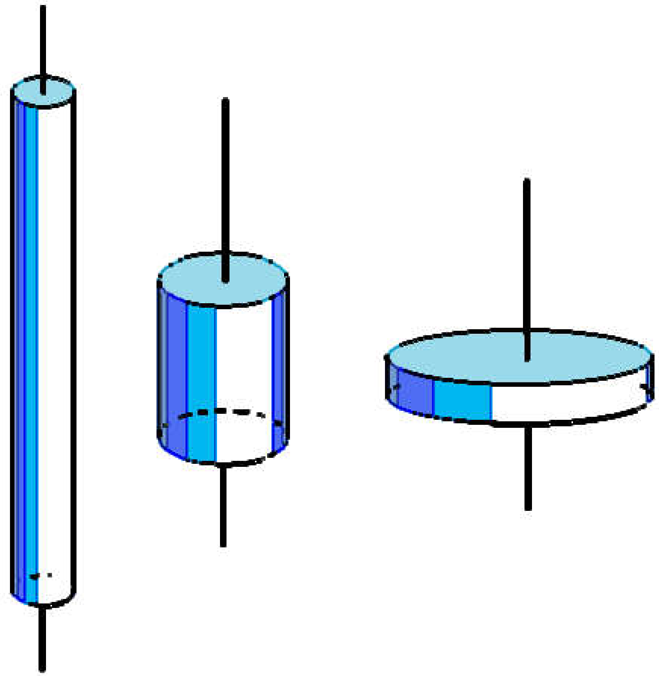
- Así como en traslación las fuerzas se relacionan con la aceleración; en la rotación los torques o momentos de las fuerzas se relacionan con las aceleraciones angulares; el factor de conversión en esta caso no es la masa sino el **momento de inercia (I).**

# Momento de Inercia

- **Momento de inercia,** que es una medida de cómo la masa se distribuye respecto al eje de rotación respectivo.

$$I = \sum m_i \cdot R_i^2$$

- En la figura aunque todos los cilindros pueden tener la misma masa, pero se distribuyen de forma distinta al eje de rotación, la inercia aumenta de izquierda a derecha, a mayor momento de inercia, mas torque se requiere para hacer que rote.



# Conservación de Momentum Angular (4)

- Si no hay torques debe ocurrir que el momentum angular se conserve, ello explica el por que al reducir el momento de inercia de un cuerpo aumenta la velocidad angular.

$$\overrightarrow{Mo} = I \cdot \vec{\alpha}$$

$$si\ :\ \overrightarrow{Mo} = \vec{0} \rightarrow \boxed{\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}} = const$$

- La bailarina la cerrar los brazos reduce su **L** y aumenta su ω.